



Olimpiada Națională Gazeta Matematică
(ONGM) 2020-2021
Organizator local Upper.School

Etapa I
Clasa a-VI-a

- Subiecte -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Subiecte**Problema 1**

Câte numere naturale de două cifre au produsul cifrelor un număr prim?

- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8

Problema 2

Măsura unghiului determinat de bisectoarele a două unghiuri adiacente și suplementare este egală cu:

- a) 60° b) 45° c) 120° d) 90°

Problema 3

Câte perechi (a, b) de numere naturale nenule cu $a \leq b$ au proprietatea că $(a, b) = 12$, iar $a \cdot b = 864$?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 6

Problema 4

Mulțimile $\{2, 4, 6, 8\}$ și $\{a, b, c, d\}$ sunt egale. Care este valoarea maximă pentru $a \cdot c - b \cdot d$?

- a) 56 b) 40 c) 48 d) 8

Problema 5

Suma dintre suplementul și complementul unui unghi este de 130° . Care este măsura aceluși unghi?

- a) 40° b) 60° c) 65° d) 70°

Problema 6

Se consideră mulțimile $A = \{x | x = \overline{23a} \text{ și } 5|x\}$ și $B = \{y | y = \overline{23c} \text{ și } 4|y\}$. Care este cardinalul mulțimii $A \cup B$?

- a) 2 b) 0 c) 5 d) 4

Problema 7

Considerăm mulțimea M a numerelor naturale de 100 de cifre, scrise numai cu cifrele 2 și 6. Care dintre următoarele afirmații nu este adevărată?

- a) Suma cifrelor oricărui element din M este divizibilă cu 4. b) Dacă $a, b \in M$ atunci $a + b \notin M$.
- c) Niciun element al lui M nu este pătrat perfect. d) Oricum am alege două elemente din M suma lor nu este divizibilă cu 4.

Problema 8

Se dau numerele naturale x și y , iar $a = \frac{3x + y}{4y + 3}$, $b = \frac{4y + 1}{9}$, $c = \frac{11}{3x + y}$.

Dacă $a = b = c$ care este valoarea expresiei $x^2 + y^2$?

- a) 5 b) 13 c) 25 d) 50

Problema 9

Suma valorilor lui y pentru care perechea de numere naturale (x, y) este soluție a ecuației $x^2 + y^2 + y = 126$ este egală cu:

- a) 10 b) 12 c) 19 d) 24

Problema 10

Dacă suma a două numere este cu 24 mai mare decât diferența dintre numărul mai mare și numărul mai mic, atunci care este valoarea celui mai mic dintre numere?

- a) 6 b) 12 c) 24 d) 48

Problema 11

Care este restul împărțirii numărului 12233344445555566666677777778888888999999999 la 9?

- a) 0 b) 3 c) 9 d) 6

Problema 12

Care este ordinea crescătoare corectă pentru fracțiile $\frac{15}{11}$, $\frac{19}{15}$ și $\frac{17}{13}$?

- a) $\frac{15}{11} < \frac{17}{13} < \frac{19}{15}$ b) $\frac{15}{11} < \frac{19}{15} < \frac{17}{13}$ c) $\frac{17}{13} < \frac{19}{15} < \frac{15}{11}$ d) $\frac{19}{15} < \frac{17}{13} < \frac{15}{11}$

Problema 13

Câte elemente comune au mulțimile $A = \{49^n | n \in \mathbb{N}\}$ și $B = \{2^{4n+1} + 5^{3n+2019} + 36^n | n \in \mathbb{N}\}$

- a) O infinitate b) 2019 c) 3 d) 0

Problema 14

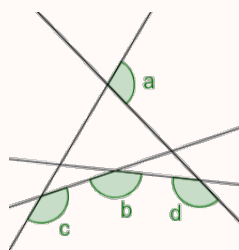
Dacă fracția $\frac{3n+5}{4n+3}$ este reductibilă, cu care dintre variantele propuse se poate simplifica?

- a) 11 b) 13 c) 3 d) 4

Problema 15

Aflați suma măsurilor unghiurilor a, b, c, d din figura următoare.

- a) 540° b) 360° c) 270° d) 180°

**Problema 16**

Câte numere naturale de două cifre \overline{ab} au proprietatea că $\frac{1}{ab} + \frac{1}{0,(ab)} + \frac{1}{0,00(ab)} \in \mathbb{N}$?

- a) 7 b) 2 c) 5 d) 4

Problema 17

Dacă numărul segmentelor determinate de mai multe puncte coliniare și un alt punct, nesituat pe dreapta determinată de acestea, este 55, atunci numărul punctelor coliniare este egal cu:

- a) 8 b) 10 c) 11 d) 9

Problema 18

Un număr natural se numește *instabil* dacă oricare două cifre vecine ale sale au parități diferite. Care este cel mai mare număr *instabil* de 9 cifre care este divizibil cu 9?

- a) 989898966
b) 989898993
c) 989898975
d) 989898921

Problemele 19 - 23 au în comun următorul enunț:

Un număr de patru cifre se numește *simpatic* dacă produsul cifrelor sale este egal cu 0.

Problema 19

Care este cel mai mare număr *simpatic*?

- a) 9000 b) 9900 c) 9909 d) 9990

Problema 20

Care este cel mai mic număr *simpatic* pătrat perfect?

- a) 1000 b) 1024 c) 1600 d) 2500

Problema 21

Care este al zecelea număr *simpatic* în ordine crescătoare?

- a) 1009 b) 1010 c) 1011 d) 1012

Problema 22

Pe ce loc este 2021 în șirul crescător al numerelor *simpatic*?

- a) 290 b) 292 c) 293 d) 294

Problema 23

Câte numere *simpatic* există?

- a) 2021 b) 2900 c) 2439 d) 2437

Problema 24

Se consideră unghiurile adiacente $\angle AOB$ și $\angle BOC$ așa încât bisectoarele lor $[OM$, respectiv $[ON$ formează un unghi cu măsura de 65° și $3 \cdot m(\angle BOC) = 2 \cdot m(\angle AOB)$. Dacă $OD \perp OM$, iar M și D sunt situate de aceeași parte cu punctul B față de dreapta OA , care este măsura unghiului $\angle COD$?

- a) 9° b) 26° c) 38° d) 1°



Olimpiada Națională Gazeta Matematică
(ONGM) 2020-2021
Organizator local Upper.School

Etapa I
Clasa a-VI-a

- Soluții -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Soluții

Problema 1

Câte numere naturale de două cifre au produsul cifrelor un număr prim?

- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8

Răspuns corect: d) 1p

Problema 2

Măsura unghiului determinat de bisectoarele a două unghiuri adiacente și suplementare este egală cu:

- a) 60° b) 45° c) 120° d) 90°

Răspuns corect: d) 1p

Problema 3

Câte perechi (a, b) de numere naturale nenule cu $a \leq b$ au proprietatea că $(a, b) = 12$, iar $a \cdot b = 864$?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 6

Răspuns corect: a) 1p

Problema 4

Mulțimile $\{2, 4, 6, 8\}$ și $\{a, b, c, d\}$ sunt egale. Care este valoarea maximă pentru $a \cdot c - b \cdot d$?

- a) 56 b) 40 c) 48 d) 8

Răspuns corect: b) 1p

Problema 5

Suma dintre suplementul și complementul unui unghi este de 130° . Care este măsura aceluși unghi?

- a) 40° b) 60° c) 65° d) 70°

Răspuns corect: d) 1p

Problema 6

Se consideră mulțimile $A = \{x | x = \overline{23a} \text{ și } 5|x\}$ și $B = \{y | y = \overline{23c} \text{ și } 4|y\}$. Care este cardinalul mulțimii $A \cup B$?

- a) 2 b) 0 c) 5 d) 4

Răspuns corect: d) 1p

Problema 7

Considerăm mulțimea M a numerelor naturale de 100 de cifre, scrise numai cu cifrele 2 și 6. Care dintre următoarele afirmații nu este adevărată?

- a) Suma cifrelor oricărui element din M este divizibilă cu 4. b) Dacă $a, b \in M$ atunci $a + b \notin M$.
- c) Niciun element al lui M nu este pătrat perfect. d) Oricum am alege două elemente din M suma lor nu este divizibilă cu 4.

Răspuns corect: d) 1p

Problema 8

Se dau numerele naturale x și y , iar $a = \frac{3x + y}{4y + 3}$, $b = \frac{4y + 1}{9}$, $c = \frac{11}{3x + y}$.

Dacă $a = b = c$ care este valoarea expresiei $x^2 + y^2$?

- a) 5 b) 13 c) 25 d) 50

Răspuns corect: b) 1p

Problema 9

Suma valorilor lui y pentru care perechea de numere naturale (x, y) este soluție a ecuației $x^2 + y^2 + y = 126$ este egală cu:

- a) 10 b) 12 c) 19 d) 24

Răspuns corect: c) 1p

Problema 10

Dacă suma a două numere este cu 24 mai mare decât diferența dintre numărul mai mare și numărul mai mic, atunci care este valoarea celui mai mic dintre numere?

- a) 6 b) 12 c) 24 d) 48

Răspuns corect: b) 1p

Problema 11

Care este restul împărțirii numărului 1223334444555556666667777777888888899999999 la 9?

- a) 0 b) 3 c) 9 d) 6

Răspuns corect: d) 1p

Problema 12

Care este ordinea crescătoare corectă pentru fracțiile $\frac{15}{11}$, $\frac{19}{15}$ și $\frac{17}{13}$?

- a) $\frac{15}{11} < \frac{17}{13} < \frac{19}{15}$ b) $\frac{15}{11} < \frac{19}{15} < \frac{17}{13}$ c) $\frac{17}{13} < \frac{19}{15} < \frac{15}{11}$ d) $\frac{19}{15} < \frac{17}{13} < \frac{15}{11}$

Răspuns corect: d) 1p

Problema 13

Câte elemente comune au mulțimile $A = \{49^n | n \in \mathbb{N}\}$ și $B = \{2^{4n+1} + 5^{3n+2019} + 36^n | n \in \mathbb{N}\}$

- a) O infinitate b) 2019 c) 3 d) 0

Răspuns corect: d) 1p

Problema 14

Dacă fracția $\frac{3n+5}{4n+3}$ este reductibilă, cu care dintre variantele propuse se poate simplifica?

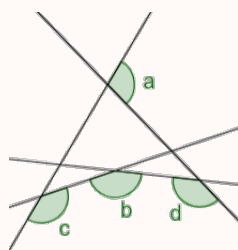
- a) 11 b) 13 c) 3 d) 4

Răspuns corect: a) 1p

Problema 15

Aflați suma măsurilor unghiurilor a, b, c, d din figura următoare.

- a) 540° b) 360° c) 270° d) 180°



Răspuns corect: a) 1p

Problema 16

Câte numere naturale de două cifre \overline{ab} au proprietatea că $\frac{1}{ab} + \frac{1}{0,(ab)} + \frac{1}{0,00(ab)} \in \mathbb{N}$?

- a) 7 b) 2 c) 5 d) 4

Răspuns corect: a) 1p

Problema 17

Dacă numărul segmentelor determinate de mai multe puncte coliniare și un alt punct, nesituat pe dreapta determinată de acestea, este 55, atunci numărul punctelor coliniare este egal cu:

- a) 8 b) 10 c) 11 d) 9

Răspuns corect: b) 1p

Problema 18

Un număr natural se numește *instabil* dacă oricare două cifre vecine ale sale au parități diferite. Care este cel mai mare număr *instabil* de 9 cifre care este divizibil cu 9?

- a) 989898966
b) 989898993
c) 989898975
d) 989898921

Răspuns corect: d) 1p

Problemele 19 - 23 au în comun următorul enunț:

Un număr de patru cifre se numește *simpatic* dacă produsul cifrelor sale este egal cu 0.

Problema 19

Care este cel mai mare număr *simpatic*?

- a) 9000 b) 9900 c) 9909 d) 9990

Răspuns corect: d) 1p

Problema 20

Care este cel mai mic număr *simpatic* pătrat perfect?

- a) 1000 b) 1024 c) 1600 d) 2500

Răspuns corect: b) 1p

Problema 21

Care este al zecelea număr *simpatic* în ordine crescătoare?

- a) 1009 b) 1010 c) 1011 d) 1012

Răspuns corect: a) 1p

Problema 22

Pe ce loc este 2021 în șirul crescător al numerelor *simpatice*?

a) 290

b) 292

c) 293

d) 294

Răspuns corect: c) 1p

Problema 23

Câte numere *simpatice* există?

a) 2021

b) 2900

c) 2439

d) 2437

Răspuns corect: c) 1p

Problema 24

Se consideră unghiurile adiacente $\angle AOB$ și $\angle BOC$ așa încât bisectoarele lor $[OM$, respectiv $[ON$ formează un unghi cu măsura de 65° și $3 \cdot m(\angle BOC) = 2 \cdot m(\angle AOB)$. Dacă $OD \perp OM$, iar M și D sunt situate de aceeași parte cu punctul B față de dreapta OA , care este măsura unghiului $\angle COD$?

a) 9° b) 26° c) 38° d) 1°

Răspuns corect: d) 1p