



Olimpiada Națională Gazeta Matematică
(ONGM) 2020-2021
Organizator local Upper.School

Etapa I
Clasa a-VII-a

- Subiecte -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Subiecte**Problema 1**

Partea întreagă a numărului $-\frac{7}{3}$ este:

- a) -2 b) -1 c) -3 d) 0

Problema 2

Rezultatul calculului $\frac{1}{0,(a)} + \frac{1}{0,0(a)} + \frac{1}{0,00(a)}$, unde a este cifră nenulă, este egal cu:

- a) $\frac{333}{a}$ b) $\frac{999}{a}$ c) $\frac{111a}{9}$ d) $\frac{3}{a}$

Problema 3

Cel mai mic număr natural care este mai mare decât $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2021^2}$ este egal cu:

- a) 1 b) 12 c) 2020 d) 2021

Problema 4

Numărul $A = \frac{5 - \frac{25}{9}}{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}$ are valoarea egală cu:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) $\frac{17}{9}$

Problema 5

Care este suma multiplilor numărului 4 cuprinși între -14 și 27 ?

- a) 88 b) 68 c) 78 d) 60

Problema 6

Dacă $\sqrt{30 - 12\sqrt{6}} = 3\sqrt{2} + a\sqrt{3}$, atunci valoarea lui a este egală cu:

- a) 2 b) -2 c) 3 d) -3

Problema 7

Numărul soluțiilor reale ale ecuației

$$(x + 1)(x - 2)(x + 3)(x - 4) \dots (x - 2020)(x + 2021) = 0$$

este egal cu:

- a) 0 b) 1 c) 2021 d) o infinitate

Problema 8

Se consideră numărul $A = \sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2021}$. Afirmatia adevarată este:

- a) $A \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ b) $A \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ c) $A \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}$ d) $A \in \mathbb{N}$

Problema 9

Dacă $\alpha = \frac{1}{\sqrt{10} - 3} + \frac{1}{\sqrt{10} + 3}$ atunci valoarea lui α este:

- a) 6 b) 3 c) $\sqrt{10}$ d) $2\sqrt{10}$

Problema 10

Soluția întregă a ecuației $\frac{|x| + x}{|x| - x + 208} + \frac{|x| - x}{|x| + x - 208} = 2$ este:

- a) Număr negativ b) 0
c) Un număr pozitiv de două cifre d) Număr pozitiv de trei cifre

Problema 11

Numerele întregi m și n verifică relația $(m + n)(m + n + 2) = 23 \cdot 3^{|m-n|} + 1$. Cea mai mare valoare pe care o poate lua expresia $m^2 + n^2$ este:

- a) 128 b) 256 c) 25 d) 18

Problemele 12 - 14 au în comun următorul enunț:

Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB > BC$, $m(\angle BAD) < 90^\circ$ și (AE) bisectoarea unghiului $\angle BAD$, iar (BF) este bisectoarea unghiului $\angle ABC$, $E, F \in (DC)$. Notăm cu M mijlocul lui (AE) și N mijlocul (BF) .

Problema 12

Măsura unghiului format de dreptele AE și BF este egală cu:

- a) 60° b) 45° c) 90° d) 30°

Problemele 19-23 au în comun următorul enunț:

În pătratul $ABCD$ cu lungimea laturii $AB = 12 \text{ cm}$, punctul M este mijlocul laturii (CD) , punctul O este intersecția diagonalelor AC și BD , iar punctul N este intersecția dreptelor AM și BD .

Problema 19

Afirmația adevărată este:

- a) $AN = 2MN$ b) $AN = 3MN$ c) $AN = MN$ d) $AN = \frac{3}{2}MN$

Problema 20

Raportul dintre aria $\triangle DAN$ și aria $\triangle NAB$ este egal cu:

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$

Problema 21

Aria patrulaterului $CONM$ este egală cu:

- a) 48 cm^2 b) 40 cm^2 c) 36 cm^2 d) 24 cm^2

Problema 22

Raza cercului circumscris triunghiului $\triangle AOD$ are lungimea:

- a) 6 cm b) 4 cm c) 3 cm d) 10 cm

Problema 23

Cercurile circumscrise triunghiurilor $\triangle BOC$ și $\triangle DOA$ sunt:

- a) Secante b) Tangente interior
c) Exterioare d) Tangente exterior

Problema 24

În dreptunghiul $ABCD$ notăm cu B', C', D' proiecțiile punctelor B, C , respectiv D pe dreapta AP , unde P este un punct pe latura (BC) astfel încât $AP = 6 \text{ cm}$ și $BB' + CC' + DD' = 12 \text{ cm}$. Aria triunghiului $\triangle DAP$ este egală cu:

- a) 12 cm^2 b) 18 cm^2 c) 24 cm^2 d) 48 cm^2 .



Olimpiada Națională Gazeta Matematică
(ONGM) 2020-2021
Organizator local Upper.School

Etapa I
Clasa a-VII-a

- Soluții -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Soluții**Problema 1**

Partea întregă a numărului $-\frac{7}{3}$ este:

- a) -2 b) -1 c) -3 d) 0

Răspuns corect: c) 1p

Problema 2

Rezultatul calculului $\frac{1}{0,(a)} + \frac{1}{0,0(a)} + \frac{1}{0,00(a)}$, unde a este cifră nenulă, este egal cu:

- a) $\frac{333}{a}$ b) $\frac{999}{a}$ c) $\frac{111a}{9}$ d) $\frac{3}{a}$

Răspuns corect: b) 1p

Problema 3

Cel mai mic număr natural care este mai mare decât $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2021^2}$ este egal cu:

- a) 1 b) 12 c) 2020 d) 2021

Răspuns corect: a) 1p

Problema 4

Numărul $A = \frac{5 - \frac{25}{9}}{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3}$ are valoarea egală cu:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) $\frac{17}{9}$

Răspuns corect: c) 1p

Problema 5

Care este suma multiplilor numărului 4 cuprinși între -14 și 27 ?

- a) 88 b) 68 c) 78 d) 60

Răspuns corect: d) 1p

Problema 6

Dacă $\sqrt{30 - 12\sqrt{6}} = 3\sqrt{2} + a\sqrt{3}$, atunci valoarea lui a este egală cu:

- a) 2 b) -2 c) 3 d) -3

Răspuns corect: b) 1p

Problema 7

Numărul soluțiilor reale ale ecuației

$$(x + 1)(x - 2)(x + 3)(x - 4) \dots (x - 2020)(x + 2021) = 0$$

este egal cu:

- a) 0 b) 1 c) 2021 d) o infinitate

Răspuns corect: c) 1p

Problema 8

Se consideră numărul $A = \sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2021}$. Afirmatia adevarată este:

- a) $A \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ b) $A \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ c) $A \in \mathbb{Z} - \mathbb{N}$ d) $A \in \mathbb{N}$

Răspuns corect: d) 1p

Problema 9

Dacă $\alpha = \frac{1}{\sqrt{10} - 3} + \frac{1}{\sqrt{10} + 3}$ atunci valoarea lui α este:

- a) 6 b) 3 c) $\sqrt{10}$ d) $2\sqrt{10}$

Răspuns corect: d) 1p

Problema 10

Soluția întregă a ecuației $\frac{|x| + x}{|x| - x + 208} + \frac{|x| - x}{|x| + x - 208} = 2$ este:

- a) Număr negativ b) 0
c) Un număr pozitiv de două cifre d) Număr pozitiv de trei cifre

Răspuns corect: d) 1p

Problema 11

Numerele întregi m și n verifică relația $(m + n)(m + n + 2) = 23 \cdot 3^{|m-n|} + 1$. Cea mai mare valoare pe care o poate lua expresia $m^2 + n^2$ este:

- a) 128 b) 256 c) 25 d) 18

Răspuns corect: d) 1p

Problemele 12 - 14 au în comun următorul enunț:

Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB > BC$, $m(\angle BAD) < 90^\circ$ și (AE bisectoarea unghiului $\angle BAD$, iar (BF este bisectoarea unghiului $\angle ABC$, $E, F \in (DC)$). Notăm cu M mijlocul lui (AE) și N mijlocul (BF).

Problema 12

Măsura unghiului format de dreptele AE și BF este egală cu:

- a) 60° b) 45° c) 90° d) 30°

Răspuns corect: a) c) b) d) 1p

Problema 13

Despre triunghiurile $\triangle ADE$ și $\triangle BFC$ se poate afirma că:

- a) ambele sunt isoscele; b) unul este dreptunghic, iar celălalt este echilateral
c) ambele sunt dreptunghice d) ambele sunt echilaterale

Răspuns corect: a) b) c) d) 1p

Problema 14

Dacă $5AD = 3AB$ și $MN = 24$ cm atunci perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu:

- a) 184 cm b) 190 cm c) 192 cm d) 200 cm

Răspuns corect: a) c) b) d) 1p

Problema 15

În triunghiul $\triangle ABC$ cu $AB = 12$ cm și $AC = 14$ cm punctul I este centrul cercului înscris în triunghi. Paralela dusă prin I la dreapta BC intersectează laturile (AB), (AC) în punctele M , respectiv N . Perimetrul triunghiului $\triangle AMN$ este egal cu:

- a) 13 cm b) 26 cm c) 24 cm d) 28 cm

Răspuns corect: a) b) c) d) 1p

Problemele 16-18 au în comun următorul enunț:

Pe un cerc $\mathcal{C}(O, r)$ se iau punctele A, B, C, D astfel încât $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BC}) = m(\widehat{CD}) = 100^\circ$. Punctul M aparține segmentului (AB) astfel încât $m(\angle BCM) = 20^\circ$.

Problema 16

Patrulaterul $ABCD$ este:

- a) Romb
b) Dreptunghi
c) Paralelogram
d) Trapez isoscel

Răspuns corect: a) b) c) d) 1p

Problema 17

Valoarea raportului $\frac{AM}{AD}$ este egală cu:

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{4}{3}$ d) 1

Răspuns corect: a) b) c) d) 1p

Problema 18

Măsura unghiului $\angle CMO$ este egală cu:

- a) 30° b) 45° c) 50° d) 20°

Răspuns corect: a) b) c) d) 1p

Problemele 19-23 au în comun următorul enunț:

În pătratul $ABCD$ cu lungimea laturii $AB = 12 \text{ cm}$, punctul M este mijlocul laturii (CD) , punctul O este intersecția diagonalelor AC și BD , iar punctul N este intersecția dreptelor AM și BD .

Problema 19

Afirmația adevărată este:

- a) $AN = 2MN$ b) $AN = 3MN$ c) $AN = MN$ d) $AN = \frac{3}{2}MN$

Răspuns corect: a) b) c) d) 1p

Problema 20

Raportul dintre aria $\triangle DAN$ și aria $\triangle NAB$ este egal cu:

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{4}$

Răspuns corect: a) b) c) d) 1p

Problema 21Aria patrulaterului $CONM$ este egală cu:

- a)
- 48 cm^2
- b)
- 40 cm^2
- c)
- 36 cm^2
- d)
- 24 cm^2

Răspuns corect: d) 1p**Problema 22**Raza cercului circumscris triunghiului $\triangle AOD$ are lungimea:

- a)
- 6 cm
- b)
- 4 cm
- c)
- 3 cm
- d)
- 10 cm

Răspuns corect: a) 1p**Problema 23**Cercul circumscris triunghiurilor $\triangle BOC$ și $\triangle DOA$ sunt:

- a) Secante b) Tangente interior
-
- c) Exterioare d) Tangente exterior

Răspuns corect: d) 1p**Problema 24**În dreptunghiul $ABCD$ notăm cu B', C', D' proiecțiile punctelor B, C , respectiv D pe dreapta AP , unde P este un punct pe latura (BC) astfel încât $AP = 6 \text{ cm}$ și $BB' + CC' + DD' = 12 \text{ cm}$. Aria triunghiului $\triangle DAP$ este egală cu:

- a)
- 12 cm^2
- b)
- 18 cm^2
- c)
- 24 cm^2
- d)
- 48 cm^2
- .

Răspuns corect: b) 1p