



Olimpiada Națională Gazeta Matematică  
(ONGM) 2020-2021  
Organizator local Upper.School

Etapa I  
Clasa a-VIII-a

- Subiecte -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

**§1 Subiecte****Problema 1**

Rezultatul calculului  $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{9} + \sqrt{5}}$  este egal cu:

- a)  $3 - \sqrt{2}$                       b) 3                      c)  $\sqrt{2}$                       d)  $\sqrt{5 - \sqrt{3}}$

**Problema 2**

Se consideră mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x + 5| < 2\}$ . Cardinalul mulțimii  $A$  este:

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3

**Problema 3**

Dacă  $\sqrt{x^2} = \sqrt{72} - \sqrt{18} - \sqrt{8}$  și  $x < 0$ , atunci  $x$  este egal cu:

- a)  $-2\sqrt{2}$                       b)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$                       c) -2                      d)  $-\sqrt{2}$

**Problema 4**

Fie  $x$  un număr natural astfel încât  $x = \sqrt{abc}$ , cu  $abc$  număr natural de trei cifre. Numărul de valori ale lui  $x$  este egal cu:

- a) 20                      b) 21                      c) 22                      d) 23

**Problema 5**

Dacă  $x \in [-3, 4]$ , valoarea expresiei  $E(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$  este egală cu:

- a) 9                      b) 16                      c) 8                      d) 7

**Problema 6**

Dacă  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2 + 2x + 2021}{|2x - 1| - 3} \leq 0 \right\}$ , atunci  $A$  este egală cu:

- a)  $[-1, 2]$                       b)  $(-1, 2)$                       c)  $\mathbb{R}$                       d)  $\emptyset$

**Problema 7**

Fie  $E(x) = (x^2 - 4) \left( \frac{4}{4 - x^2} + \frac{1}{2 - x} + \frac{1}{2 + x} \right)$ , unde  $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ . Valoarea numărului  $E(2021)$  este egală cu:

- a) -16                      b) -8                      c) 0                      d) 1

**Problema 8**

Dacă  $x \in \mathbb{R}$  și  $x^2 + 5x + 1 = 0$  atunci expresia  $E(x) = x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + x^2$  are valoarea:

- a) 17                      b) 19                      c) 18                      d) 20

**Problema 9**

Dacă  $A = \sqrt{2^{2022} - 2^{1012} + 1}$ , atunci afirmația adevărată este:

- a)  $A \in \mathbb{N}$                       b)  $A \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$                       c)  $A = 2^{2020}$                       d)  $A = 2^{2021}$

**Problema 10**

Ana are la fizică notele 6,7 și  $x$ ,  $x \in \mathbb{N}$ . Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua  $x$  știind că la sfârșitul semestrului media la fizică a Anei este 7?

- a) 7                      b) 8                      c) 9                      d) 10

**Problema 11**

Dacă  $x, y \in \mathbb{R}$  și  $4x^2 + 4y^2 + 16x - 12y + 21 = 0$ , atunci  $x$  aparține intervalului:

- a)  $[0, 4]$                       b)  $[-3, -1]$                       c)  $[-4, 4]$                       d)  $(0, \infty)$

**Problema 12**

Suma valorilor întregi ale lui  $x$  pentru care  $\frac{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{2x - 1} \in \mathbb{Z}$  este egală cu:

- a) 2                      b) 3                      c) 4                      d) 7

**Problema 13**

Dacă  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{4}$  și  $x + y + z = \frac{3}{2}$ , atunci produsul  $xyz$  are valoarea:

- a)  $\frac{3}{2}$                       b)  $\frac{3}{4}$                       c)  $\frac{1}{16}$                       d)  $\frac{1}{8}$

**Problema 14**

Cel mai mare divizor comun al numerelor  $a = n^2 + 4n + 4$  și  $b = n^2 + 5n + 6$ , unde  $n \in \mathbb{N}$  este egal cu:

- a)  $2n + 15$                       b)  $n + 7$                       c)  $3n + 8$                       d)  $n + 2$

**Problemele 15-16 au în comun următorul enunț:**

În tetraedrul regulat  $ABCD$  considerăm punctul  $M$  în interiorul segmentului  $(BC)$ . Lungimea laturii tetraedrului este egală cu  $\sqrt{2}$  cm.

**Problema 15**

Numărul planelor distincte determinate de punctele  $A, B, C, D$  și  $M$  este egal cu:

- a) 4                      b) 5                      c) 6                      d) 8

**Problema 16**

Distanța dintre dreptele  $AB$  și  $CD$  este egală cu:

- a)  $\sqrt{2}$  cm              b)  $2\sqrt{3}$  cm              c) 1 cm              d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  cm

**Problemele 17-20 au în comun următorul enunț:**

Pe planul triunghiului echilateral  $\triangle ABC$  cu latura de lungime  $AB = 6$  cm se ridică perpendicularele  $AA'$  și  $CC'$ ,  $AA' = 6\sqrt{3}$  cm și  $CC' = 3\sqrt{3}$  cm de aceeași parte a planului. Dreapta  $A'C'$  intersectează planul  $(ABC)$  în punctul  $D$ .

**Problema 17**

Lungimea segmentului  $(BD)$  este egală cu:

- a)  $6\sqrt{3}$  cm              b)  $9\sqrt{3}$  cm              c)  $3\sqrt{3}$  cm              d)  $15\sqrt{3}$  cm

**Problema 18**

Distanța de la punctul  $A'$  la dreapta  $BD$  este egală cu:

- a) 6 cm                      b) 9 cm                      c) 12 cm                      d) 18 cm

**Problema 19**

Centrul cercului circumscris  $\triangle ABD$  este:

- a) mijlocul segmentului  $(BD)$                       b) mijlocul segmentului  $(AB)$   
c) mijlocul segmentului  $(BC)$                       d) punctul  $C$

**Problema 20**

Distanța de la punctul  $C'$  la dreapta  $A'B$  este egală cu:

- a)  $3\sqrt{2}$  cm              b)  $3\sqrt{3}$  cm              c)  $3\sqrt{6}$  cm              d)  $3\sqrt{7}$  cm

**Problemele 21-24 au în comun următorul enunț:**

În cubul  $ABCD A' B' C' D'$  notăm cu  $O$  centrul feței  $ABCD$ . Distanța de la  $O$  la diagonala  $BC'$  este de  $3\text{ cm}$ .

**Problema 21**

Lungimea laturii cubului este egală cu:

- a)  $6\text{ cm}$                       b)  $4\sqrt{3}\text{ cm}$                       c)  $6\sqrt{2}\text{ cm}$                       d)  $2\sqrt{6}\text{ cm}$

**Problema 22**

Măsura unghiului determinat de dreptele  $BC'$  și  $A'C'$  este egală cu:

- a)  $60^\circ$                       b)  $90^\circ$                       c)  $45^\circ$                       d)  $75^\circ$

**Problema 23**

Distanța dintre dreptele  $A'D$  și  $BC$  este egală cu:

- a)  $2\sqrt{6}\text{ cm}$                       b)  $6\sqrt{2}\text{ cm}$                       c)  $4\sqrt{3}\text{ cm}$                       d)  $6\text{ cm}$

**Problema 24**

Dacă  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $\triangle ACD'$  atunci lungimea segmentului  $(DG)$  este egală cu:

- a)  $\sqrt{6}\text{ cm}$                       b)  $3\sqrt{2}\text{ cm}$                       c)  $2\sqrt{2}\text{ cm}$                       d)  $6\sqrt{2}\text{ cm}$



Olimpiada Națională Gazeta Matematică  
(ONGM) 2020-2021  
Organizator local Upper.School

Etapa I  
Clasa a-VIII-a

- Soluții -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

## §1 Soluții

### Problema 1

Rezultatul calculului  $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{9} + \sqrt{5}}$  este egal cu:

- a)  $3 - \sqrt{2}$                       b) 3                      c)  $\sqrt{2}$                       d)  $\sqrt{5 - \sqrt{3}}$

Răspuns corect:  a) ..... 1p

### Problema 2

Se consideră mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x + 5| < 2\}$ . Cardinalul mulțimii  $A$  este:

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3

Răspuns corect:  c) ..... 1p

### Problema 3

Dacă  $\sqrt{x^2} = \sqrt{72} - \sqrt{18} - \sqrt{8}$  și  $x < 0$ , atunci  $x$  este egal cu:

- a)  $-2\sqrt{2}$                       b)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$                       c) -2                      d)  $-\sqrt{2}$

Răspuns corect:  d) ..... 1p

### Problema 4

Fie  $x$  un număr natural astfel încât  $x = \sqrt{\overline{abc}}$ , cu  $\overline{abc}$  număr natural de trei cifre. Numărul de valori ale lui  $x$  este egal cu:

- a) 20                      b) 21                      c) 22                      d) 23

Răspuns corect:  c) ..... 1p

### Problema 5

Dacă  $x \in [-3, 4]$ , valoarea expresiei  $E(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$  este egală cu:

- a) 9                      b) 16                      c) 8                      d) 7

Răspuns corect:  d) ..... 1p

### Problema 6

Dacă  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2 + 2x + 2021}{|2x - 1| - 3} \leq 0 \right\}$ , atunci  $A$  este egală cu:

- a)  $[-1, 2]$                       b)  $(-1, 2)$                       c)  $\mathbb{R}$                       d)  $\emptyset$

Răspuns corect:  b) ..... 1p

**Problema 7**

Fie  $E(x) = (x^2 - 4) \left( \frac{4}{4 - x^2} + \frac{1}{2 - x} + \frac{1}{2 + x} \right)$ , unde  $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ . Valoarea numărului  $E(2021)$  este egală cu:

- a) -16                      b) -8                      c) 0                      d) 1

Răspuns corect:  b) ..... 1p

**Problema 8**

Dacă  $x \in \mathbb{R}$  și  $x^2 + 5x + 1 = 0$  atunci expresia  $E(x) = x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + x^2$  are valoarea:

- a) 17                      b) 19                      c) 18                      d) 20

Răspuns corect:  c) ..... 1p

**Problema 9**

Dacă  $A = \sqrt{2^{2022} - 2^{1012} + 1}$ , atunci afirmația adevărată este:

- a)  $A \in \mathbb{N}$                       b)  $A \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$                       c)  $A = 2^{2020}$                       d)  $A = 2^{2021}$

Răspuns corect:  a) ..... 1p

**Problema 10**

Ana are la fizică notele 6,7 și  $x$ ,  $x \in \mathbb{N}$ . Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua  $x$  știind că la sfârșitul semestrului media la fizică a Anei este 7?

- a) 7                      b) 8                      c) 9                      d) 10

Răspuns corect:  c) ..... 1p

**Problema 11**

Dacă  $x, y \in \mathbb{R}$  și  $4x^2 + 4y^2 + 16x - 12y + 21 = 0$ , atunci  $x$  aparține intervalului:

- a)  $[0, 4]$                       b)  $[-3, -1]$                       c)  $[-4, 4]$                       d)  $(0, \infty)$

Răspuns corect:  b) ..... 1p

**Problema 12**

Suma valorilor întregi ale lui  $x$  pentru care  $\frac{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{2x - 1} \in \mathbb{Z}$  este egală cu:

- a) 2                      b) 3                      c) 4                      d) 7



Răspuns corect:  a) ..... 1p

**Problema 13**

Dacă  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{4}$  și  $x + y + z = \frac{3}{2}$ , atunci produsul  $xyz$  are valoarea:

a)  $\frac{3}{2}$

b)  $\frac{3}{4}$

c)  $\frac{1}{16}$

d)  $\frac{1}{8}$

Răspuns corect:  d) ..... 1p

**Problema 14**

Cel mai mare divizor comun al numerelor  $a = n^2 + 4n + 4$  și  $b = n^2 + 5n + 6$ , unde  $n \in \mathbb{N}$  este egal cu:

a)  $2n + 15$

b)  $n + 7$

c)  $3n + 8$

d)  $n + 2$

Răspuns corect:  d) ..... 1p

**Problemele 15-16 au în comun următorul enunț:**

În tetraedrul regulat  $ABCD$  considerăm punctul  $M$  în interiorul segmentului  $(BC)$ . Lungimea laturii tetraedrului este egală cu  $\sqrt{2}$  cm.

**Problema 15**

Numărul planelor distincte determinate de punctele  $A, B, C, D$  și  $M$  este egal cu:

a) 4

b) 5

c) 6

d) 8

Răspuns corect:  b) ..... 1p

**Problema 16**

Distanța dintre dreptele  $AB$  și  $CD$  este egală cu:

a)  $\sqrt{2}$  cm

b)  $2\sqrt{3}$  cm

c) 1 cm

d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  cm

Răspuns corect:  c) ..... 1p

**Problemele 17-20 au în comun următorul enunț:**

Pe planul triunghiului echilateral  $\triangle ABC$  cu latura de lungime  $AB = 6$  cm se ridică perpendicularele  $AA'$  și  $CC'$ ,  $AA' = 6\sqrt{3}$  cm și  $CC' = 3\sqrt{3}$  cm de aceeași parte a planului. Dreapta  $A'C'$  intersectează planul  $(ABC)$  în punctul  $D$ .

**Problema 17**Lungimea segmentului ( $BD$ ) este egală cu:

- a)  $6\sqrt{3}$  cm      b)  $9\sqrt{3}$  cm      c)  $3\sqrt{3}$  cm      d)  $15\sqrt{3}$  cm

Răspuns corect:  a) ..... 1p**Problema 18**Distanța de la punctul  $A'$  la dreapta  $BD$  este egală cu:

- a) 6 cm      b) 9 cm      c) 12 cm      d) 18 cm

Răspuns corect:  c) ..... 1p**Problema 19**Centrul cercului circumscris  $\triangle ABD$  este:

- a) mijlocul segmentului ( $BD$ )      b) mijlocul segmentului ( $AB$ )  
c) mijlocul segmentului ( $BC$ )      d) punctul  $C$

Răspuns corect:  d) ..... 1p**Problema 20**Distanța de la punctul  $C'$  la dreapta  $A'B$  este egală cu:

- a)  $3\sqrt{2}$  cm      b)  $3\sqrt{3}$  cm      c)  $3\sqrt{6}$  cm      d)  $3\sqrt{7}$  cm

Răspuns corect:  b) ..... 1p**Problemele 21-24 au în comun următorul enunț:**În cubul  $ABCD A' B' C' D'$  notăm cu  $O$  centrul feței  $ABCD$ . Distanța de la  $O$  la diagonala  $BC'$  este de 3 cm.**Problema 21**

Lungimea laturii cubului este egală cu:

- a) 6 cm      b)  $4\sqrt{3}$  cm      c)  $6\sqrt{2}$  cm      d)  $2\sqrt{6}$  cm

Răspuns corect:  d) ..... 1p**Problema 22**Măsura unghiului determinat de dreptele  $BC'$  și  $A'C'$  este egală cu:

- a)  $60^\circ$       b)  $90^\circ$       c)  $45^\circ$       d)  $75^\circ$

Răspuns corect:  a) ..... 1p

**Problema 23**

Distanța dintre dreptele  $A'D$  și  $BC$  este egală cu:

a)  $2\sqrt{6}$  cm

b)  $6\sqrt{2}$  cm

c)  $4\sqrt{3}$  cm

d) 6 cm

Răspuns corect:  a) ..... 1p

**Problema 24**

Dacă  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $\triangle ACD'$  atunci lungimea segmentului  $(DG)$  este egală cu:

a)  $\sqrt{6}$  cm

b)  $3\sqrt{2}$  cm

c)  $2\sqrt{2}$  cm

d)  $6\sqrt{2}$  cm

Răspuns corect:  c) ..... 1p