

Examenul național de bacalaureat 2021

**Proba E. c)
Matematică**

Testul 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_3 = 7$ și $a_7 = 15$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x) \geq 2f(1) + 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $81^x = 3$.
- 5p 4. Calculați $\frac{A_6^2}{P_3}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(0,-5)$ și $C(4,-1)$. Arătați că triunghiul ACB este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Arătați că $\frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p b) Demonstrați că $A \cdot A = I_2$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $AX - I_2 = 2021A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 5x - 5y + 30$.
- 5p a) Arătați că $5 \circ 2021 = 5$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele întregi m și n pentru care $m^2 \circ n = 16$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 8)e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x - 2)(x + 4)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{x - 2}$.
- 5p c) Demonstrați că $x^2 \geq 8 - 4e^{2-x}$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 f(x)(x+1) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Arătați că $\int_2^3 f(x) dx = 1 + \ln \frac{9}{16}$.
- 5p c) Determinați numărul real $a > 1$ astfel încât $\int_1^a f(x) f'(x) dx = \frac{1}{8}$.