

ONGM2021 – etapa I Cluj

20.02.2021

CLASA 8

Timp de lucru: 120 de minute.

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 5| > 8\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left|\frac{x+3}{5}\right| \leq 2\right\}$. Atunci $A \cap B$ este:

- A. $[3;7]$ B. $(3;7)$ C. $\{-13\} \cup (3;7)$ D. $(3;7]$

2. Numărul natural n pentru care mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^n \leq x \leq 3^{n+2}\}$ are 217 elemente, este:

- A. par B. prim C. subunitar D. multiplu de 5

3. Mulțimea soluțiilor inecuației $-\frac{-5}{2x+4} < 0$ este intervalul:

- A. $(-\infty; 2)$ B. $(-2; \infty)$ C. $(-\infty; -2)$ D. $(-\infty; -2]$

4. Dacă x este număr real nenul astfel încât $x + \frac{1}{x} = 3$, atunci $x^4 + \frac{1}{x^4}$ are valoarea:

- A. 7 B. 9 C. 49 D. 47

5. Dacă $a = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 21}$, atunci:

- A. $a \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$ B. $a \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ C. $a \in \left(1; \frac{4}{3}\right)$ D. $a \in \left(\frac{4}{3}; 2\right)$

6. Dacă $a = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}$, atunci:

- A. $a = 1$ B. $a = 0$ C. $a = 4\sqrt{6}$ D. $a = -4\sqrt{6}$

7. Dacă $13 \cdot (x^2 + y^2) = (2x + 3y)^2$, atunci valoarea raportului $\frac{x}{y}$ este:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

8. Dacă $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = 2$, atunci expresia: $a^3 + b^3 + 6ab$ are valoarea:

- A. 8 B. 2 C. $a + 2b$ D. 0

9. Lungimile laturilor unui triunghi sunt a, b, c . Dacă $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$, atunci triunghiul este:

- A. isoscel B. dreptunghic C. echilateral D. scalen

10. Într-o clasă sunt 20 de elevi. De Dragobete, fiecare fată oferă fiecărui băiat trei flori și fiecărei fete o floare, iar fiecare băiat oferă câte trei flori fiecărei fete și câte o floare fiecărui băiat. Atunci numărul maxim de flori oferite este:

- A. 400 B. 780 C. 380 D. 100

Problemele 11-13 se referă la următorul enunț:

Fie ABC un triunghi dreptunghic în A, $AB=10$ cm și $AC=7,5$ cm. Pe perpendiculara în A pe planul triunghiului se consideră punctul M astfel încât $AM=8$ cm.

11. Distanța de la M la ipotenuza BC are lungimea în cm egală cu :

- A. 6 B. 8 C. 10 D.12

12. Tangenta unghiului diedru determinat de planele (MBC) și (ABC) are valoarea egală cu:

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{20}{15}$ D. $\frac{2}{3}$

13. Dacă O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, atunci lungimea segmentului MO este:

- A. număr natural B. număr irațional mai mare decât 10
C. număr irațional mai mic decât 10 D. număr rațional

14. Dacă $ABCA'B'C'$ este o prismă triunghiulară regulată, cu $AB=10$ cm, punctul O este centrul feței $BB'C'C$, iar triunghiul AOA' este echilateral, atunci lungimea înălțimii prisme $ABCA'B'C'$ este egală cu:

- A. $5\sqrt{3}$ cm B. $10\sqrt{3}$ cm C. 20 cm D. 10 cm

Problemele 15-17 se referă la următorul enunț:

În cubul $ABCD A'B'C'D'$, M este mijlocul muchiei $D'C'$ și $AM=12$ cm. Atunci:

15. Măsura unghiului dintre dreptele $A'B$ și AD' este:

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 45°

16. Lungimea muchiei cubului este:

- A. $6\sqrt{3}$ cm B. $8\sqrt{3}$ cm C. 6 cm D. 8 cm

17. Distanța de la M la AC este :

- A. mai mică decât 9 cm B. mai mare decât 9 cm
C. 9 cm D. $9\sqrt{3}$ cm

Problemele 18-19 se referă la următorul enunț:

Fie VABCD o piramidă patrulateră regulată, punctul O, centrul bazei ABCD, și P, un punct situat pe înălțimea piramidei, la o treime de vârful acesteia. Dacă $VO=AB=6$ cm, atunci:

18. Raportul dintre aria triunghiului PBC și aria triunghiului VBC aparține intervalului:

- A. $(0; \frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$ C. $(\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{6}}{3})$ D. $(\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{\sqrt{7}}{3})$

19. Sinusul unghiului VPM, unde M este piciorul perpendicularei din vârful piramidei pe latura BC este :

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

20. Fie triunghiul echilateral ABC , cu $AB=12$ cm, și punctele D și E de aceeași parte a planului (ABC) , astfel încât $DA \perp (ABC)$, $EB \perp (ABC)$, $AD=16$ cm și $BE=8$ cm. Atunci distanța de la punctul D la dreapta de intersecție a planelor (DCE) și (ABC) este egală cu:

A. 20 cm

B. $10\sqrt{3}$ cm

C. $5\sqrt{3}$ cm

D. 10 cm