

ONGM2021 – etapa I Cluj
20.02.2021
CLASA 10

Timp de lucru: 120 de minute.

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Fie $A \subset \mathbb{R}$ și funcția $f : A \rightarrow [-1,1]$, $f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$. Mulțimea A pentru care funcția f este surjectivă este:

- A. $\left[1, \frac{5}{2}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$ C. $[-1,1]$ D. $[0,2]$

2. Suma numerelor naturale x și y naturale care verifică egalitatea $5^x + 5^{x+1} + \dots + 5^{x+y} = 19500$ este egală cu :

- A. 14 B. 4 C. 6 D. 8

3. Soluția reală a ecuației $x - 4\sqrt{x-5} + \left[x - \frac{2021}{252}\right]^2 = 1$ aparține intervalului :

- A. $[5,8]$ B. $[6,9]$ C. $[6,8]$ D. $[10,12]$

4. Fie $x, y > 0, x - \frac{4}{y} > 0$. Dacă $2\lg\left(x - \frac{4}{y}\right) = \lg 2x - \lg y$, atunci produsul xy este egal cu:

- A. 1 sau 9 B. 8 C. 5 sau 8 D. 6

5. Partea întreagă a numărului $a = \sqrt{2 + \sqrt[3]{6 + \sqrt{3}}} + \sqrt{12 + \sqrt[3]{60 + \sqrt{15}}}$ este egală cu:

- A. 5 B. 4 C. 0 D. 1

6. Dacă $a = \log_6 24$ și $b = \log_{12} 72$, stabiliți care din următoarele afirmații este adevărată:

- A. $2ab + b = a + 3$ B. $ab + a - b = 2$ C. $ab + b - a = 3$ D. $ab + b + a = 1$

7. Cardinalul mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt[3]{4x+1} - \sqrt[3]{x^2 - x - 5} + \sqrt[3]{x^2 - 5x - 1} = \sqrt[3]{5}\right\}$ este egal cu:

- A. 4 B. 2 C. 0 D. 1

8. Soluția ecuației $3^{2^{x+2}} + 3^{2^{-x}} = 18$ aparține intervalului :
 A. $[0,1]$ B. $[-2,2]$ C. $(-1,1)$ D. $[0,2]$
9. Numărul soluțiilor ecuației $3 \cdot 4^{x^2} - 5 \cdot 6^{x^2} + 2 \cdot 9^{x^2} = 0$ este egal cu:
 A. 3 B. 2 C. 1 D. 4
10. Între rădăcinile x_1 și x_2 ale ecuației $2 \lg^2 x^3 - 9 \lg x + 1 = 0$ există relația :
 A. $x_1^2 = x_2$ B. $x_1 = x_2$ C. $x_1 + x_2 = 0$ D. $x_1 = \frac{1}{2} x_2$.
11. Se consideră funcția inversabilă $f : R \rightarrow R$, $f(x) = \min(2x + 1, 3x - 1)$. Atunci suma $f^{-1}(2) + f(2)$ este egală cu:
 A. 0 B. 6 C. 1 D. 4.
12. Numărul funcțiilor bijectiv de gradul întâi $f : [0,1] \rightarrow [2,6]$ este egal cu:
 A. 4 B. 3 C. 1 D. 2
13. Fie A o mulțime finită. Știind că există funcții surjective $f : A \times A \rightarrow P(A)$, cardinalul mulțimii A este cel mult egal cu:
 A. 2 B. 16 C. 4 D. 1.
14. Rezultatul calculului $(\sqrt[6]{8\sqrt{5}-16} + \sqrt{\sqrt{5}-1}) \cdot \sqrt{\sqrt{5}+1}$ este egal cu :
 A. 2 B. 4 C. 10 D. $\sqrt[3]{5}$
15. Rezultatul calculului $\left(\frac{2019}{2021}\right)^{\lg 2017} \cdot \left(\frac{2021}{2017}\right)^{\lg 2019} \cdot \left(\frac{2017}{2019}\right)^{\lg 2021}$ este egal cu:
 A. $2017 \cdot 2019 \cdot 2021$ B. 6057 C. $\lg 6057$ D. 1
16. Numărul soluțiilor ecuației $2^{\sqrt{x+4\sqrt{x-9}}} = -x^2 + 18x - 73$ este egal cu :
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

17. Produsul soluțiilor ecuației $\frac{x}{50} = \left(\frac{2}{5}\right)^{\log_5 20}$ este egal cu:

A. 20

B. 0

C. 50

D. 1

18. Fie $x \in (0, \infty) - \{1\}$. Dacă $\frac{\log_2 x}{\log_{15} x} + \frac{\log_3 x}{\log_{10} x} + \frac{\log_5 x}{\log_6 x} \geq m, \forall x \in (0, \infty) - \{1\}$, atunci m

poate lua valoarea:

A. 14

B. 12

C. 6

D. 16

19. Suma pătratelor rădăcinilor ecuației $x^3 + 4 = 5\sqrt[3]{5x - 4}$ este egală cu:

A. 4

B. 3

C. 0

D. 10

20. Știind că $0,301 < \lg 2 < 0,3011$, prima cifră a numărului 2^{2000} este:

A. 3

B. 5

C. 1

D. 2