

# ONGM2021 – etapa I Cluj

20.02.2021

CLASA 11

**Timp de lucru: 120 de minute.**

**Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.**

**Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.**

1. Numărul soluțiilor  $X \in M_2(\mathbb{Z})$  ale ecuației matriceale  $X^3 + X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$  este
- A. 1                      B. 6                      C. 9                      D. 0
2. Se consideră permutarea  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 6 & 7 & 4 & 8 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in S_9$ . Cel mai mic număr  $p \in \mathbb{N}^*$  pentru care  $\sigma^p = e$  este:
- A. 9                      B. 12                      C. 9!                      D. 27
3. Valoarea limitei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{\frac{n^2+n+1}{n^2-1}} \right)^{n+1}$  este :
- A.  $e$                       B.  $\frac{1}{e^3}$                       C. 1                      D.  $\sqrt[3]{e}$
4. Fie  $A \in M_2(\mathbb{C})$ ,  $A^2 = A - I_2$ . Inversa matricei A este:
- A.  $I_2 + A$                       B.  $I_2 - A$                       C.  $A - I_2$                       D. A
5. Fie  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile complexe ale ecuației  $x^2 + x + 1 = 0$  și matricea  $A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & 1 \\ x_1^2 & x_2^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- Valoarea determinantului  $\det(A^2)$  este:
- A. 27                      B. -27                      C. 9                      D. -9
6. Se consideră șirurile  $(x_n)_{n \geq 0}$  și  $(y_n)_{n \geq 0}$  definite prin  $x_0 = 1, y_0 = 1$  și  $x_{n+1} = 3x_n + y_n, y_{n+1} = -x_n + y_n$ . Valoarea  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$  este:
- A. 1                      B.  $+\infty$                       C.  $-\infty$                       D. -1
7. Valoarea limitei  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^3 + n} - 2n)$  este
- A.  $\infty$                       B.  $\frac{1}{6}$                       C. 1                      D.  $\frac{5}{6}$

8. Valoarea limitei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2+1} \cdot \sin(n!)$  este:

- A. 1                      B. -1                      C. 0                      D.  $\infty$

9. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 5 & x & 3 \\ 2x & -1 & x \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ . Valorile lui x pentru care  $\det A$  este egal cu 0 sunt:

- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D.  $\emptyset$

10. Valorile parametrului real m pentru care matricea  $A = \begin{pmatrix} -9 & 2^m \\ 3^m & -4 \end{pmatrix}$  este inversabilă, sunt:

- A.  $\mathbb{R}$                       B. 2                      C.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$                       D. -2

11. Valoarea determinantului  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$  este:

- A.  $(c-a)(b-a)(c-b)$     B.  $(a-c)(b-a)(c-b)$     C.  $a-b-c$     D. 0

12. Fie  $(a_n)_{n \geq 1}$  și  $(b_n)_{n \geq 1}$ , două șiruri de numere raționale astfel încât  $(7 + 2\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ ,  $n \geq 1$ . Valoarea limitei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$  este:

- A.  $2\sqrt{2}$                       B. 1                      C.  $\sqrt{2}$                       D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

13. Valoarea  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sqrt{\cos x})}{x^2}$  este:

- A. 1                      B. 0                      C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**Problemele 14-16 se referă la următorul enunț:**

Se consideră punctele  $A(4;2)$ ,  $B(n;2)$ ,  $C(-2;1-n)$ .

14. Valorile reale ale lui n pentru care punctele A,B,C coliniare, sunt:

- A. -1                      B. 4                      C.  $\{1; -4\}$                       D.  $\{-1; 4\}$

15. Dacă  $n \in (-1; 4)$ , atunci aria maximă a triunghiului ABC este:

- A. 25                      B. 8                      C.  $\frac{25}{4}$                       D.  $\frac{25}{8}$

16. Valorile naturale ale lui n pentru care aria triunghiului ABC este 18, sunt:

- A.  $\{-5; 8\}$                       B. -5                      C. 8                      D.  $\{-8; 5\}$

**Problemele 17-18 se referă la următorul enunț:**

Se da șirul definit prin relația de recurență  $x_{n+1} = x_n + n$ ,  $n \geq 1$ , iar  $x_1=5$ .

17. Valoarea termenului  $x_{10}$  este:

- A. 9                      B. 50                      C. 439                      D. 40

18. Valoarea limitei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$  este:

A.  $\infty$

B.  $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 5

19. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n! \prod_{k=2}^n \sin \frac{\pi}{k}}$$

este:

A.  $\infty$

B.  $\pi$

C. 1

D. 0

20. Valoarea limitei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left( \frac{\sqrt{n}+n}{n} \right)$  este:

A.  $\infty$

B.  $\pi$

C. 1

D. 0