

Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ
Etapa I
Judeţul Braşov, 20 februarie 2021

Clasa a VII-a

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeţi varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Dacă a şi b sunt numere raţionale, astfel încât $a + b\sqrt{3} + 5 = b + 2a\sqrt{27}$, atunci produsul $a \cdot b$ este egal cu:
A. -1 B. 6 C. -5 D. 2 E. alt răspuns

2. Rezultatul calculului $\sqrt{\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{2021}}}{5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2021}}}$ este:
A. $\frac{1}{5^{2022}}$ B. $\frac{1}{5^{1011}}$ C. $\frac{1}{5}$ D. 1 E. alt răspuns

3. Dacă $a = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ şi $b = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ atunci numărul $\frac{b}{a} - \sqrt{2}$ este egal cu:
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $1 - \sqrt{2}$ E. alt răspuns

4. Pentru câte numere naturale nenule n , numărul $\sqrt{3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}$ este natural?
A. 0 B. 1 C. 2 D. o infinitate de numere E. alt răspuns

5. Suma numerelor \overline{ab} pentru care $\sqrt{\overline{ab} + 2} = a + b$ este:
A. 23 B. 62 C. 85 D. 99 E. alt răspuns

6. Fie numerele $a = \frac{\sqrt{2020} + 1}{\sqrt{2019}}$ şi $b = \frac{\sqrt{2020} - 1}{\sqrt{2019}}$. Pentru câte valori ale numărului natural n , are loc relaţia $a^n + b^n \geq 2$?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. alt răspuns

7. Lungimea razei cercului circumscris triunghiului cu laturile a, b, c , care verifică relaţia: $\sqrt{a - 12} + \sqrt{b - 16} + \sqrt{c - 20} = 0$, este:
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10 E. alt răspuns

8. Pentru câte numere naturale, nenule n , numărul $\sqrt{\underbrace{4\dots4}_n \underbrace{8\dots8}_{n-1} 9}$ este rațional?
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. alt răspuns
9. Numărul perechilor ordonate (x, y) de numere naturale pentru care are loc relația $x + y = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{xy}$ este:
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. alt răspuns
10. Numărul $a = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$ aparține mulțimii:
 A. \mathbb{N} B. $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ C. $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ D. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ E. alt răspuns
11. În rombul $ABCD$, $BD = 24$ cm, $AC = 32$ cm. Distanța în cm de la B la CD este:
 A. 38,5 B. 20 C. 19,2 D. 9,6 E. alt răspuns
12. În trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AD = BC = 15$ cm. Bisectoarea unghiului \widehat{BAD} este AC , cu $AC \perp BC$. Dacă $BC \cap AD = \{M\}$, atunci perimetrul triunghiului ABM , exprimat în cm, este egal cu:
 A. 75 B. 45 C. $45\sqrt{3}$ D. 90 E. alt răspuns
13. În triunghiul ABC , D și E sunt mijloacele laturilor $[BC]$, respectiv $[AC]$. Dacă $AD \perp BE$, $AD \cap BE = \{F\}$, $AD = 24$ cm și $BE = 30$ cm, atunci aria triunghiului ABF , exprimată în cm^2 , este egală cu:
 A. 160 B. 360 C. 90 D. 720 E. alt răspuns
14. În trapezul dreptunghic $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $m(\hat{B}) = 45^\circ$, $CD = 20$ cm, $AD = 18$ cm. Lungimea în cm a liniei mijlocii a trapezului este:
 A. 19 B. 30 C. 28 D. 29 E. alt răspuns
15. Triunghiul ABC este înscris în cercul \mathcal{C} de centru O și rază R . Dacă $CE \perp AB$, $(CO \cap \mathcal{C} = \{F\})$, cu $F \in \widehat{AB}$ și $E \in \widehat{AF}$, atunci:
 A. $m(\widehat{EF}) > 180^\circ$ B. arcele \widehat{AEF} și \widehat{BFE} sunt congruente C. $m(\widehat{BAC}) > 90^\circ$
 D. arcele \widehat{CBF} și \widehat{AEF} sunt congruente E. alt răspuns
16. Fie P un punct exterior cercului \mathcal{C} de centru O și rază R , iar PT tangentă la cerc, cu $T \in \mathcal{C}$. PO intersectează cercul în punctele A și B , astfel încât $PA < PB$. Dacă triunghiul BPT este isoscel, atunci măsura arcului mic \widehat{BT} este egală cu:
 A. 90° B. 135° C. dublul măsurii arcului mic \widehat{AT} D. 150°
 E. alt răspuns

17. Fie cercul \mathcal{C} de centru O și rază R . Punctul A este exterior cercului, iar punctul B se află pe cerc, astfel încât AB este tangentă la cerc. $AO \cap \mathcal{C} = \{C, D\}$, cu $AD > AC$, iar $m(\widehat{BAC}) = 40^\circ$. Punctul E se află pe arcul \widehat{CBD} , $E \neq C$, astfel încât $m(\widehat{BE}) = 50^\circ$, iar $AB \cap DE = \{F\}$. Măsura unghiului \widehat{AFD} este egală cu:
 A. 120° B. $2 \cdot m(\widehat{BC})$ C. 80° D. 75° E. alt răspuns
18. În dreptunghiul $ABCD$, $AB < BC$, măsura unghiului format de diagonale este de 60° . Considerăm un punct oarecare M situat pe latura (CD) a dreptunghiului. Dacă $AM \cap BC = \{N\}$ și $BM \cap AD = \{P\}$, atunci suma ariilor triunghiurilor ADN și BCP este egală cu:
 A. $AB^2\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2}AC^2$ C. AB^2 D. $\frac{3}{2}\mathcal{A}_{ABCD}$ E. alt răspuns
19. În triunghiul ABC , M este mijlocul laturii AC , N aparține segmentului BM , astfel încât $\frac{BN}{BM} = \frac{1}{n}$, unde $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, iar $AN \cap BC = \{P\}$. Atunci raportul dintre ariile triunghiurilor BNP și AMN este egal cu:
 A. $\frac{1}{n^2 - n}$ B. $\frac{1}{n + 1}$ C. $\frac{1}{2(n^2 - n - 2)}$ D. $\frac{2}{(n - 1)(n^2 - n - 2)}$
 E. alt răspuns
20. În dreptunghiul $ABCD$, M este mijlocul laturii BC , $AM \cap BD = \{E\}$ și $AF \perp BD$, cu $F \in (BD)$. Dacă $\frac{\mathcal{A}_{AEF}}{\mathcal{A}_{ABCD}} = \frac{1}{24}$, atunci raportul $\frac{EF}{BD}$ este egal cu:
 A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{12}$ E. alt răspuns

Filiala Braşov a Societăţii de Ştiinţe Matematice din România

Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ
Etapa I
Judeţul Braşov, 20 februarie 2021

Clasa a VII-a
Soluţii

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

1. B
2. B
3. B
4. C
5. C
6. E
7. D
8. E
9. D
10. A
11. C
12. D
13. A
14. D
15. B
16. C
17. E
18. A
19. E
20. D