

Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ
Etapa I
Judeţul Braşov, 20 februarie 2021

Clasa a VIII-a

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeţi varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Mulţimea $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{3x - 2}{4} \right| < 1 \right\}$ este egală cu:
A. $(-4, 4)$ B. $(-2, 6)$ C. $\{0, 1\}$ D. $\left(-\frac{2}{3}, 2\right)$ E. alt răspuns
2. Numărul real $\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} - \sqrt{21 + 12\sqrt{3}}$ este egal cu:
A. 0 B. $-4\sqrt{3}$ C. $-2\sqrt{3}$ D. -6 E. alt răspuns
3. Dacă $a \in (-\infty, 0)$ şi $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$, atunci expresia $a + \frac{1}{a}$ este egală cu:
A. -5 B. $\sqrt{23}$ C. $-\sqrt{23}$ D. 5 E. alt răspuns
4. Valoarea minimă a expresiei $x^2 + x + 1$, pentru $x \in \mathbb{R}$, este egală cu:
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1 E. alt răspuns
5. Dacă $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} = 40$, atunci numărul natural nenul n este egal cu:
A. 1681 B. 40 C. 41 D. 1680 E. alt răspuns
6. Dacă lungimile a, b, c ale laturilor unui triunghi ABC verifică inegalitatea $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$, atunci triunghiul ABC este:
A. dreptunghic B. echilateral C. oarecare D. obtuzunghic E. alt răspuns
7. Considerăm expresia $E(x) = \sqrt{1 - 6x + 9x^2} - \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$, unde $x \in \mathbb{R}$. Atunci valoarea numerică $E(2021)$ este egală cu:
A. 2020 B. -2020 C. 2021 D. -2021 E. alt răspuns

8. Dacă numerele reale a, b, c verifică relația $\left|3a - \frac{1}{4}\right| + (b + 6)^2 + \sqrt{c + 3} = 0$, atunci produsul abc este egal cu:

- A. 0 B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{-18}{12}$ D. $\frac{3}{2}$ E. alt răspuns

9. Dacă a, b, x, y sunt numere reale astfel încât

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2ax - 2y + a^2 + 5} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2by + b^2 + 5} = 3,$$

atunci suma numerelor a și b este:

- A. 3 B. 0 C. 2 D. 1 E. alt răspuns

10. Pentru câte numere naturale n numărul $\sqrt{n} + \sqrt{n + 2021}$ este rațional?

- A. 2021 B. 1 C. 2 D. 2022 E. alt răspuns

11. Numărul perechilor de numere întregi (a, b) pentru care $a^4 + 4b^4$ este număr prim este egal cu:

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 6 E. alt răspuns

Problemele 12-20 se referă la următorul enunț:

În pătratul $ABCD$ cu latura $AB = 2$ cm, se notează cu M mijlocul laturii CD și cu N mijlocul laturii DA . Pe planul pătratului, de aceeași parte a sa, se ridică perpendicularele AA', BB', CC' , de lungimi $AA' = BB' = CC' = 2$ cm.

12. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?

- A. $A'C' \subset (B'MN)$ B. $A'C' \cap (B'MN) \neq \emptyset$ C. $A'C' \parallel (B'MN)$
D. $A'C' \perp (B'MN)$ E. alt răspuns

13. Măsura unghiului dintre dreptele AB' și BC' este egală cu:

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30° E. alt răspuns

14. Măsura unghiului dintre dreptele $A'M$ și $C'N$ este egală cu:

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30° E. alt răspuns

15. Distanța de la punctul A' la dreapta BM este egală cu:

- A. $2\sqrt{2}$ cm B. 3 cm C. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ cm D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm E. alt răspuns

16. Distanța de la punctul A la planul $A'BM$ este:

- A. 1, (3) cm B. 1, 5 cm C. 1, 3 cm D. 1, (5) cm E. alt răspuns

17. Sinusul unghiului dintre dreapta BC și planul $A'BM$ este egal cu:
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{4}{5}$ E. alt răspuns
18. Măsura unghiului dintre dreapta NC și planul $B'BM$ este egală cu:
A. 90° B. 60° C. 45° D. 30° E. alt răspuns
19. Tangenta unghiului dintre planele (ABC) și $(A'B'N)$ este egală cu:
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$ E. alt răspuns
20. Dacă punctul T se află pe segmentul CC' astfel încât $B'T + TM$ are valoare minimă, atunci lungimea segmentului CT este egală cu:
A. 0,5 cm B. 1 cm C. 0, (6) cm D. 0, (3) cm E. alt răspuns

Filiala Braşov a Societăţii de Ştiinţe Matematice din România

Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ
Etapa I
Judeţul Braşov, 20 februarie 2021

Clasa a VIII-a
Soluţii

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

1. D
2. D
3. A
4. C
5. A
6. B
7. C
8. D
9. A
10. C
11. C
12. C
13. B
14. A
15. C
16. A
17. B
18. A
19. E
20. C