

Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ

Etapa I

Judeţul Braşov, 20 februarie 2021

Clasa a X-a

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeţi varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Suma valorilor întregi ale lui  $n$ , care satisfac relaţia

$$\left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^2 < \left(\frac{3}{2}\right)^n < \left(\frac{81}{16}\right)^5.$$

este:

- A. 169      B. 144      C. 0      D. 121      E. alt răspuns

2. Ordonând crescător numerele  $a = 2^{\sqrt{5}}$ ,  $b = 3^{\sqrt{3}}$ ,  $c = 5^{\sqrt{2}}$ , se obţine:

- A.  $a < b < c$       B.  $a < c < b$       C.  $b < a < c$       D.  $b < c < a$       E. alt răspuns

3. Numărul natural  $n$  pentru care  $n^{2-1}\sqrt{a^3} \cdot 2^{n-2}\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a^{-1}} = 1$ , oricare ar fi  $a > 0$ , satisface condiţia:

- A.  $n \geq 6$       B.  $n$  este par      C.  $n$  este divizibil cu 4      D.  $n$  este divizibil cu 3  
E. alt răspuns

4. Valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1 - \sqrt{x-1}$ , sunt:

- A.  $x \in (-\infty, 1]$       B.  $x \in [1, 2]$       C.  $x \in [1, 2)$       D.  $x \in (-\infty, 1)$       E. alt răspuns

5. Numărul  $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$  este egal cu:

- A. 2      B.  $2\sqrt[3]{2}$       C. 0      D.  $\sqrt[3]{5\sqrt{2}}$       E. alt răspuns

6. Valoarea  $[2\sqrt[3]{4}]$ , unde prin  $[x]$  s-a notat partea întreagă a numărului real  $x$ , este:

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5      E. alt răspuns

7. Fie funcţia  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  astfel încât  $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2, \forall x > 0$ . Valoarea

$f(\sqrt{2})$  este:

- A. 0      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $-\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{6}$       E. alt răspuns

8. Valorile parametrului real  $m$  pentru care funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
$$f(x) = \begin{cases} m^2x + m, & x \leq 1 \\ 4mx - 2, & x > 1 \end{cases}$$
 este surjectivă sunt:  
A.  $m = 1$     B.  $m \in \mathbb{R}^*$     C.  $m \in (-\infty, 1]$     D.  $m \in (0, 1] \cup [2, \infty)$     E. alt răspuns

Problemele 9 și 10 se referă la următorul enunț:

Fie funcția  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , cu  $f(2) = 1$  și  $f(x) - f(y) = f\left(\frac{x}{y}\right)$ ,  $\forall x \in (0, \infty)$ .

9. Pentru orice  $x > 0$ , are loc relația:  
A.  $f(2x) = f(x)$     B.  $f(x^2) = f(x)$     C.  $f(x^3) = 3f(x)$     D.  $f(2x^2) = 3f(x)$   
E. alt răspuns
10. Valoarea funcției  $f$  pentru  $x = \sqrt[3]{1024}$  este:  
A.  $\frac{7}{3}$     B. 1    C.  $\frac{11}{3}$     D.  $\frac{10}{3}$     E. alt răspuns

11. Domeniul maxim de definiție al funcției  $f(x) = \sqrt{\frac{2x^2 - 3x}{\lg(2x^2 - 5x + 3)}}$  este:  
A.  $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$     B.  $(-\infty, 0]$     C.  $\emptyset$     D.  $(-\infty, 0] \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup (2, \infty)$   
E. alt răspuns

Problemele 12 și 13 se referă la următorul enunț:

Dacă prin  $[x]$  s-a notat partea întreagă a numărului real  $x$ , atunci:

12. numărul  $[\ln(10e)]$  este egal cu:  
A. 1    B. 2    C. 3    D. 4    E. alt răspuns
13. numărul  $[\lg(10e)]$  este egală cu:  
A. 0    B. 1    C. 2    D. 3    E. alt răspuns

Problemele 14 și 15 se referă la următorul enunț:

Considerăm funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (\ln(10e) + \ln^2 10)^x + (\lg(10e) + \lg^2 e)^x$ .

14. Funcția  $f$  este:  
A. injectivă    B. surjectivă    C. bijectivă    D. periodică    E. alt răspuns
15. Ecuația  $f(x) = 1$   
A. nu are soluții    B. are o soluție negativă    C. are o soluție pozitivă  
D. are două soluții    E. alt răspuns

16. Suma soluțiilor ecuației  $2^{\sqrt{x^3-4x}} + 3^{\sqrt{x^2-2x}} = 2$ , este:  
 A. 2      B. 0      C. 1      D. -1      E. alt răspuns
17. Fie  $a = \log_{54}36$ . Atunci  $\log_{16}9$  este egal cu:  
 A.  $\frac{a+2}{6a+4}$       B.  $\frac{3a+2}{2a+4}$       C.  $\frac{2a-3}{a-1}$       D.  $\frac{a-2}{4-6a}$       E. alt răspuns
18. Fie  $a, b, c \in (1, \infty)$ . Valoarea minimă a expresiei  $E = \log_a bc + \log_b ca + \log_c ab$  este egală cu:  
 A. 0      B. 3      C. 5      D. 6      E. alt răspuns
19. Numărul de soluții ale sistemului  $\begin{cases} 2^x + 2^y = 4 \\ \log_2 x + \log_2 y = 0 \end{cases}$  este:  
 A. 0      B. 1      C. 2      D. 3      E. alt răspuns
20. Dacă numerele reale  $x$  și  $y$  verifică sistemul  $\begin{cases} 3^x = \frac{1}{y^2} \\ 2^y = \sqrt[3]{x} \end{cases}$ , atunci  $x + y$  este:  
 A.  $\frac{2}{3}$       B.  $\frac{3}{2}$       C.  $\frac{7}{3}$       D.  $\frac{3}{5}$       E. alt răspuns

Filiala Braşov a Societăţii de Ştiinţe Matematice din România

**Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ**  
**Etapa I**  
**Judeţul Braşov, 20 februarie 2021**

**Clasa a X-a**  
**Soluţii**

**Timp de lucru: 120 de minute**

**Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.**

1. A
2. A
3. E
4. B
5. A
6. B
7. C
8. D
9. C
10. D
11. D
12. C
13. B
14. A
15. B
16. A
17. D
18. D
19. B
20. C