



# Olimpiada Națională GAZETA MATEMATICĂ

## Clasa a VI-a



### Model subiect

Etapa I / Etapa a II-a

**Timp de lucru: 120 de minute.**

**Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.**

**Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.**

1. Câte perechi  $(a,b)$  de numere naturale nenule, cu  $a \leq b$ , au proprietatea că  $(a,b) = 15$  și  $[a,b] = 360$ ?  
**A. 4      B. 2      C. 8      D. 6**
2. Măsura unghiului format de acele unui ceasornic care arată ora 12 și jumătate este egală cu:  
**A.  $180^\circ$       B.  $165^\circ$       C.  $150^\circ$       D.  $90^\circ$**
3. Suma numerelor care împărțite la 17 dau câtul  $c$  și restul  $r$ , iar împărțite la 13 dau câtul  $r$  și restul  $c$  este:  
**A.  $17 \cdot 13$       B.  $17 + 13$       C.  $16 \cdot 12$       D.  $550$**
4. Numerele raționale  $a, b, c$  sunt direct proporționale cu 1, 2, 3 și  $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 384$ . Atunci media aritmetică a lor este:  
**A. 8      B. 12      C. 6      D. 24**
5. Multimile  $\{2,3,4,5\}$  și  $\{r,s,t,u\}$  sunt egale. Cea mai mare valoare pentru  $r \cdot s + u \cdot r + t \cdot r$  este:  
**A. 24      B. 33      C. 50      D. 45**
6. Dacă suplementul suplementului complementului unui unghi are măsura de  $15^\circ$ , atunci unghiul are măsura de:  
**A.  $175^\circ$       B.  $75^\circ$       C.  $85^\circ$       D.  $165^\circ$**
7. Dacă multimea  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^n < x < 3^{n+1}, n \in \mathbb{N}\}$  are 485 de elemente, atunci numărul  $n$  este:  
**A. 6      B. 3      C. 4      D. 5**
8. În triunghiul ascuțitunghic  $ABC$ , punctul  $H$  este ortocentrul său. Dacă  $\angle BHC = 130^\circ$  și  $\frac{\angle ABC}{6} = \frac{\angle ACB}{7}$ , atunci cel mai mare unghi al triunghiului  $ABC$  are măsura de:  
**A.  $50^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $130^\circ$**
9. Alegem la întâmplare 50 de numere dintre numerele 1, 2, 3, ..., 98. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?  
**A. Oricum am lua două dintre cele 50 de numere alese, suma lor nu poate fi pătrat perfect!  
B. Printre cele 50 de numere alese, sigur există un număr prim!  
C. Oricum am lua două dintre cele 50 de numere alese, diferența lor nu poate fi pătrat perfect!  
D. Printre cele 50 de numere alese, sigur există două care au suma un cub perfect!**
10. Numerele naturale  $a, b$  și  $c$  sunt direct proporționale cu primele numere naturale prime. Atunci, pătrat perfect este:  
**A.  $bc + ab$       B.  $bc - ac$       C.  $ac + ab$       D.  $a \cdot (c - a)$**

**11.** Împărțind numerele 131, 248 și 92 la același număr natural  $n > 1$  se obține de fiecare dată același rest, număr natural impar. Atunci suma cifrelor numărului  $n$  este egală cu:

A. 3

B. 12

C. 11

D. 4

**12.** Fie segmentul  $[AB]$  și punctele  $C \in (AB)$ ,  $D \in (BC)$  și  $P \in (CD)$  astfel încât  $\frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{CD}{BD} = \frac{2}{3}$  și  $\frac{PC}{PD} = \frac{1}{3}$ .

Dacă  $BD - DP = 6$  cm, lungimea segmentului  $AB$  este:

A. 36 cm

B. 24 cm

C. 40 cm

D. 45 cm

**13.** Numărul natural  $A$  este divizibil cu 11 și se poate scrie sub forma  $A = m \cdot p$ . Dacă  $m$  are exact 3 divizori iar  $p$  are exact 6 divizori, suma cifrelor celui mai mic număr  $A$  este:

A. 14

B. 18

C. 23

D. 20

**14.** Unghiurile  $AOC$  și  $BOC$  sunt adiacente complementare, iar punctul  $D$  aparține interiorului unghiului  $AOB$ , astfel încât  $m(\angle AOD) = \frac{1}{2} \cdot m(\angle BOC)$  și  $\frac{1}{3} \cdot m(\angle DOC) = \frac{1}{4} \cdot m(\angle BOC)$ . Măsura unghiului  $AOD$  este egală cu:

A.  $25^\circ$

B.  $20^\circ$

C.  $36^\circ$

D.  $30^\circ$

**15.** Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = AC$  și  $\angle A = 108^\circ$ . Punctul  $D$  aparține laturii  $AC$  astfel încât  $BD$  este bisectoarea unghiului  $ABC$ ,  $M$  este mijlocul laturii  $BC$ , iar  $P$  este intersecția dreptelor  $BD$  și  $AM$ . Atunci triunghiul  $ADP$  este:

A. echilateral

B. dreptunghic

C. scalen

D. isoscel dar nu echilateral

**16.** Fie  $M = \left\{ \overline{ab} \mid \overline{49a4b} : 28 \right\}$ . Numărul elementelor mulțimii  $M$  este:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

**17.** Se dau unghiurile adiacente  $AOB$  și  $BOC$ . Bisectoarea unghiului  $AOB$  formează cu semidreapta  $[OC$  unghi cu măsura de  $105^\circ$ , iar bisectoarele unghiurilor  $AOB$  și  $BOC$  formează un unghi cu măsura de  $65^\circ$ . Atunci măsura unghiului  $AOB$  este:

A.  $80^\circ$

B.  $40^\circ$

C.  $65^\circ$

D.  $50^\circ$

**18.** Vârstele a două persoane sunt în raportul  $\frac{6}{7}$ . Acum 6 ani raportul era  $\frac{5}{6}$ . Cel mai în vîrstă are:

A. 28 ani

B. 36 ani

C. 42 ani

D. 84 ani

**19.** Într-un plan sunt date 10 puncte, dintre care doar trei sunt coliniare, oricare alte trei puncte sunt necoliniare. Numărul dreptelor determinate de aceste puncte este:

A. 43

B. 40

C. 45

D. 21

Pentru problemele **20–21** se folosește următorul enunț:

Se notează cu  $P$  mulțimea numerelor naturale care au exact 4 divizori.

**20.** Câte numere naturale mai mici decât 96 se află în mulțimea  $P$ ?

A. 27

B. 30

C. 32

D. 35

**21.** Câte numere naturale din mulțimea  $P$  au suma divizorilor naturali 96?

A. Niciunul

B. 3

C. 4

D. 5

Problemele **22–24** se referă la următorul enunț:

Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB < AC$  și  $T$  un punct pe dreapta  $AC$  astfel încât  $A$  se află între  $C$  și  $T$ . Bisectoarea unghiului  $TAB$  intersectează dreapta  $BC$  în  $M$ , iar bisectoarea unghiului  $BAC$  intersectează latura  $BC$  în  $D$ .

**22.** Dacă măsurile unghiurilor  $AMD$  și  $MAD$  sunt direct proporționale cu numerele 2 și 6, atunci diferența dintre măsurile unghiurilor  $ADM$  și  $AMD$  este:

A.  $15^\circ$

B.  $30^\circ$

C.  $60^\circ$

D.  $45^\circ$

- 23.** Dacă  $AB$  este mediatoarea segmentului  $MC$  care are lungimea 180 cm, lungimea segmentului  $BD$  este:  
**A.** 15 cm      **B.** 30 cm      **C.** 45 cm      **D.** 60 cm
- 24.** Dacă punctul  $N$  este simetricul punctului  $M$ , față de punctul  $A$ ,  $E$  este intersecția dreptelor  $AC$  și  $DN$  iar diferența dintre măsurile unghiurilor  $ADM$  și  $AMD$  este de  $10^\circ$ , măsura unghiului  $BED$  este:  
**A.**  $30^\circ$       **B.**  $40^\circ$       **C.**  $50^\circ$       **D.**  $60^\circ$