Olimpiada Națională
GAZETA MATEMATICĂ
Clasa a VIII-a

Model subiect

Etapa I / Etapa a II-a

Timp de lucru: 120 de minute.
Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

1. Se consideră mulțimea $A=\{x\in\mathbb{R} \mid 3<|2x-5|\le 7\}$. Atunci A este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
$[-1;6]$	$(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$	$[1;4]$	$[-1;1)\cup(4;6]$	$(-1,1]\cup[4,6)$

2. Dacă $x\in[-1,2]$, atunci valoarea expresiei $E(x)=|x+1|+|x-2|$ este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
0	1	2	3	4

3. Dacă $a\in[-1,2]$ și $b\in[0,3]$ atunci numărul real $n=\sqrt{(a+b+1)^2}+\sqrt{(a+b-5)^2}$ are valoarea :

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
3	4	5	6	7

4. Dacă x este număr real nenul astfel încât $x+\frac{1}{x}=10$, atunci $x^2+\frac{1}{x^2}$ are valoarea:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
90	98	100	102	110

5. Se consideră numărul real $n=\sqrt{11-6\sqrt{2}}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}$. Atunci:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
$n\in\mathbb{N}$	$n\in\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$	$n\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$	$n\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N}$	$n\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

6. Numărul real a verifică egalitatea $a^2+2a=1$. Valoarea expresiei $E(a)=(a-1)(a-2)(a+3)(a+4)$ este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
8	10	12	14	16

7. Numărul de perechi (x,y) de numere naturale care verifică ecuația $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{20}$ este egal cu:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
2	3	4	5	6

8. Cardinalul mulțimii soluțiilor întregi ale ecuației $(x+y-xy)^2=x^2+y^2$, este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
3	2	1	0	∞

9. Fie $M=\{(p,q)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N} \mid p^2+2^{2p+1}-53=2020^q,\ p \text{ număr prim}\}$. Cardinalul mulțimii M este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
0	1	2	3	4

10. Cel mai mare divizor comun al numerelor $a=n^2+5n+6$ și $b=n^2+7n+12$, unde $n\in\mathbb{N}$, este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
1	$n+2$	$n+3$	$n+4$	$(n+2)(n+3)(n+4)$

11. Dacă a,b,c sunt numere reale nenule astfel încât $a+b+c=9$ și $ab+bc+ca=27$, atunci ultima cifră a numărului $a^{2020}+b^{2020}+c^{2020}$ este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
0	1	3	9	10

12. Numărul numerelor întregi p care satisfac relația $p^2-6p\le 9$ este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
6	7	8	9	7

13. Suma numerelor naturale *x*, *y*, *z* care verifică relațiile $x+y^2+z^3=1357$ și $x^3+y^2+z=37$ este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
15	16	17	18	19

14. Numărul de laturi ale unui poligon convex cu 275 de diagonale este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
21	23	25	27	29

Problemele **15** și **16** se referă la următorul enunț:
Fie *ABCD* o piramidă triunghiulară regulată cu toate muchiile de lungime 12 cm.

15. Distanța de la punctul *A* la planul (*BCD*) este egală cu:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
$4\sqrt{2}$	$4\sqrt{3}$	8	$4\sqrt{5}$	$4\sqrt{6}$

16. Măsura unghiului dintre muchiile *AB* și *CD* este egală cu:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
30^0	45^0	60^0	90^0	0^0

Problemele **17-20** se referă la următorul enunț:

În piramida *OABC*, muchiile *OA*, *OB* și *OC* sunt perpendiculare două câte două. Muchiile laterale au lungimile $OA=a$ cm, $OB=b$ cm, $OC=c$ cm, unde *a*, *b* și *c* sunt numere reale strict pozitive, distincte.

17. Volumul piramidei *OABC* este:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
$\frac{1}{2}abc$	$\frac{1}{3}abc$	$\frac{1}{6}abc$	$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{2}$	$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{3}$

18. Dacă S_1, S_2, S_3 și S_4 sunt ariile triunghiurilor *OAB*, *OBC*, *OAC*, respectiv *ABC*, atunci:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
$S_4=\frac{S_1+S_2+S_3}{3}$	$S_4=\frac{S_1+S_2+S_3}{2}$	$S_4=S_1+S_2+S_3$	$S_4^2=\frac{S_1^2+S_2^2+S_2^2}{2}$	$S_4^2=S_1^2+S_2^2+S_2^2$

19. Dacă $OP\perp(ABC)$, $P\in(ABC)$, atunci, pentru triunghiul *ABC*, punctul *P* reprezintă:

A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**
centrul cercului înscris în triunghi	centrul cercului circumscris	ortocentrul triunghiului	centrul de greutate al triunghiului	mijlocul unei laturi a triunghiului

20. Fie M un punct în interiorul triunghiului ABC. Valoarea minimă a expresiei $MA^2+MB^2+MC^2$ este:

A.	B.	C.	D.	E.
$a^2+b^2+c^2$	$2(a^2+b^2+c^2)$	$\frac{2(a^2+b^2+c^2)}{3}$	$ab+bc+ca$	$\frac{ab+bc+ca}{2}$

Problemele **21-24** se referă la următorul enunț:

În cubul $ABCDA_1B_1C_1D_1$, de muchie $AB=\ell$ cm, se notează cu S, T, R și N mijloacele muchiilor AB, DD_1, DC și respectiv B_1C_1.

21. Fie M punctul de intersecție al dreptelor RT și C_1D_1. Dacă U este mijlocul segmentului $[MN]$ și α este un număr real astfel încât $TU=\alpha\cdot RN$, atunci valoarea lui α este:

A.	B.	C.	D.	E.
1	2	$\frac{1}{2}$	0	$\sqrt{2}$

22. Lungimea segmentului $[TS]$ este:

A.	B.	C.	D.	E.
ℓ cm	$\frac{1}{2}\ell$ cm	$\frac{\sqrt{2}}{2}\ell$ cm	$\frac{\sqrt{3}}{2}\ell$ cm	$\frac{\sqrt{6}}{2}\ell$ cm

23. Dacă $[U_1S_1]$ este proiecția segmentului $[US]$ pe planul (DCC_1), atunci lungimea segmentului $[U_1S_1]$ este:

A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{\sqrt{13}}{2}\ell$ cm	$\frac{\sqrt{17}}{2}\ell$ cm	$\frac{3\sqrt{2}}{2}\ell$ cm	$\frac{\sqrt{17}}{4}\ell$ cm	$\frac{3\sqrt{2}}{4}\ell$ cm

24. Cosinusul unghiului dintre dreptele TS și RN este:

A.	B.	C.	D.	E.
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{5}{6}$