

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} \right) = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n) < 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 - 1) = 1$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 20%, prețul unui obiect este 660 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(2,0)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $y = 3x$.
- 5p** 6. Calculați aria rombului $ABCD$, știind că $AC = 2\sqrt{5}$ și $BD = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3xy + 7(x + y) + 14$.

- 5p** 1. Arătați că $(-3) * 3 = -13$.
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Arătați că $x * y = 3\left(x + \frac{7}{3}\right)\left(y + \frac{7}{3}\right) - \frac{7}{3}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * x = x$.
- 5p** 5. Arătați că $x * \frac{1}{x} \geq 31$, pentru orice număr real x , $x > 0$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x pentru care $3^x * 3^x = 83$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det(A(1)) = 8$.
- 5p** 2. Arătați că $A(0) \cdot A(2020) = 3A(2020)$.
- 5p** 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = -16$.
- 5p** 4. Arătați că $A(1) + A(2) + \dots + A(10) = 10A\left(\frac{11}{2}\right)$.
- 5p** 5. Determinați numărul natural m pentru care matricea $B = A(m) + A(m^2)$ **nu** este inversabilă.
- 5p** 6. Determinați perechile de numere întregi (a, b) pentru care suma elementelor matricei $A(a) \cdot A(b)$ este egală cu 2.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} \right) = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{2} =$ $= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$	3p 2p
2.	$f(n) = n - 2$, deci $n - 2 < 0$ $n < 2$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	2p 3p
3.	$x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$ $x = -2$ sau $x = 2$, care convin	3p 2p
4.	$x + \frac{20}{100} \cdot x = 660$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire $x = 550$ de lei	3p 2p
5.	Panta unei drepte paralele cu dreapta d este egală cu 3 Ecuția dreptei care trece prin M și este paralelă cu dreapta d este $y - 0 = 3(x - 2)$, deci $y = 3x - 6$	2p 3p
6.	$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} =$ $= \frac{2\sqrt{5} \cdot 4}{2} = 4\sqrt{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-3) * 3 = 3 \cdot (-3) \cdot 3 + 7 \cdot ((-3) + 3) + 14 =$ $= -27 + 14 = -13$	3p 2p
2.	$x * y = 3xy + 7(x + y) + 14 = 3yx + 7(y + x) + 14 =$ $= y * x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x * y = 3xy + 7x + 7y + 14 = 3xy + 7x + 7y + \frac{49}{3} - \frac{7}{3} =$ $= 3x \left(y + \frac{7}{3} \right) + 7 \left(y + \frac{7}{3} \right) - \frac{7}{3} = 3 \left(x + \frac{7}{3} \right) \left(y + \frac{7}{3} \right) - \frac{7}{3}$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
4.	$x * x = 3 \left(x + \frac{7}{3} \right)^2 - \frac{7}{3}$, pentru orice număr real x $3 \left(x + \frac{7}{3} \right)^2 - \frac{7}{3} = x \Leftrightarrow \left(x + \frac{7}{3} \right) (3x + 6) = 0$, deci $x = -\frac{7}{3}$ sau $x = -2$	2p 3p

5.	$x * \frac{1}{x} \geq 31 \Leftrightarrow 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + 7 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 14 \geq 31 \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$	3p
	$x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x} \geq 0$, adevărat pentru orice număr real x , $x > 0$	2p
6.	$3 \left(3^x + \frac{7}{3} \right)^2 - \frac{7}{3} = 83 \Leftrightarrow \left(3^x + \frac{7}{3} \right)^2 = \frac{256}{9}$	2p
	Cum $3^x > 0$, obținem $3^x + \frac{7}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow 3^x = 3$, deci $x = 1$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 1 \cdot 1 =$	3p
	$= 9 - 1 = 8$	2p
2.	$A(0) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3I_2$	2p
	$A(0) \cdot A(2020) = 3I_2 \cdot A(2020) = 3A(2020)$	3p
3.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 3 & a \\ a & 3 \end{vmatrix} = 9 - a^2$, pentru orice număr real a	2p
	$9 - a^2 = -16 \Leftrightarrow a^2 - 25 = 0$, de unde obținem $a = -5$ sau $a = 5$	3p
4.	$A(1) + A(2) + \dots + A(10) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 10 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 10 & 1 + 2 + \dots + 10 \\ 1 + 2 + \dots + 10 & 3 \cdot 10 \end{pmatrix} =$	2p
	$= \begin{pmatrix} 30 & 55 \\ 55 & 30 \end{pmatrix} = 10 \begin{pmatrix} 3 & \frac{11}{2} \\ \frac{11}{2} & 3 \end{pmatrix} = 10A\left(\frac{11}{2}\right)$	3p
5.	$B = A(m) + A(m^2) = \begin{pmatrix} 6 & m + m^2 \\ m + m^2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B = 36 - (m + m^2)^2$, pentru orice număr	2p
	natural m Matricea B nu este inversabilă $\Leftrightarrow \det B = 0$, deci $(m + m^2)^2 = 36$ și, cum m este număr natural, obținem $m = 2$	3p
6.	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 9 + ab & 3b + 3a \\ 3a + 3b & ab + 9 \end{pmatrix}$, deci $2(9 + ab) + 6(a + b) = 2 \Leftrightarrow ab + 3a + 3b + 9 = 1$	2p
	$(a + 3)(b + 3) = 1$ și, cum a și b sunt numere întregi, obținem $(-2, -2)$ sau $(-4, -4)$	3p