

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{96} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{1}{\sqrt{6}} \right) = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 1$. Determinați numărul natural n pentru care $f(n) \cdot g(n) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+5} = 3^{6x-3}$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităților.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1,3)$, $B(3,5)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că triunghiul ABC este dreptunghic în A .
- 5p** 6. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ + \sin 30^\circ - 4 \sin^2 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = -xy + 4x + 4y - 12$.

- 5p** 1. Arătați că $2 \circ 3 = 2$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că $x \circ y = -(x-4)(y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Demonstrați că $x \circ 4 = 4$, pentru orice număr real x .
- 5p** 5. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = x$.
- 5p** 6. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 = -5$ și rația $r = 3$. Arătați că $a_1 \circ a_2 \circ a_3 \circ a_4 = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = 3$.
- 5p** 2. Arătați că $B(1) + B(3) = 2B(2)$.
- 5p** 3. Arătați că $\det(B(x)) = 1$, pentru orice număr real x .
- 5p** 4. Arătați că $B(x) \cdot B(y) = B(x+y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 5. Determinați numărul real x pentru care $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$.
- 5p** 6. Determinați perechile de numere naturale (m, n) , pentru care $B(2^m) \cdot B(2^n) = B(2^{m+n} - 2)$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{96} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{1}{\sqrt{6}} \right) = 4\sqrt{6} \cdot \frac{6-4}{4\sqrt{6}} =$ $= 6 - 4 = 2$	3p 2p
2.	$(3n+1)(n-1) = 0$ Cum n este număr natural, obținem $n = 1$	2p 3p
3.	$2x + 5 = 6x - 3 \Leftrightarrow 4x = 8$ $x = 2$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile Numerele naturale de două cifre, care au cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităților sunt 21, 42, 63 și 84, deci sunt 4 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{4}{90} = \frac{2}{45}$	2p 2p 1p
5.	Panta dreptei AB este egală cu 1, panta dreptei AC este egală cu $3 - a$ $1 \cdot (3 - a) = -1$, deci $a = 4$	2p 3p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ + \sin 30^\circ - 4 \sin^2 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 1$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2 \circ 3 = -2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 - 12 =$ $= -6 + 8 + 12 - 12 = 2$	3p 2p
2.	$x \circ y = -xy + 4x + 4y - 12 = -yx + 4y + 4x - 12 =$ $= y \circ x$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ \circ ” este comutativă	2p 3p
3.	$x \circ y = -xy + 4x + 4y - 16 + 4 =$ $= -x(y-4) + 4(y-4) + 4 = -(x-4)(y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
4.	$x \circ 4 = -(x-4)(4-4) + 4 =$ $= -(x-4) \cdot 0 + 4 = 4$, pentru orice număr real x	3p 2p
5.	$x \circ x = -(x-4)^2 + 4$, pentru orice număr real x $-(x-4)^2 + 4 = x \Leftrightarrow (x-4)(x-3) = 0$, deci $x = 3$ sau $x = 4$	2p 3p
6.	$a_4 = a_1 + 3r = -5 + 3 \cdot 3 = 4$ $a_1 \circ a_2 \circ a_3 \circ a_4 = (a_1 \circ a_2 \circ a_3) \circ 4 = 4$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - (-1) \cdot 2 =$ $= 1 + 2 = 3$	3p
2.	$B(1) + B(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2B(2)$	3p 2p
3.	$\det(B(x)) = \begin{vmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 1 \cdot 1 - x \cdot 0 = 1, \text{ pentru orice număr real } x$	2p 3p
4.	$B(x) \cdot B(y) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & y \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x+y \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$ $= B(x+y), \text{ pentru orice numere reale } x \text{ și } y$	3p 2p
5.	$A \cdot B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x+2 \\ -1 & -x+1 \end{pmatrix}, B(x) \cdot A = \begin{pmatrix} 1-x & 2+x \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ pentru orice număr real } x$ $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A \Leftrightarrow x = 0$	3p 2p
6.	$B(2^m + 2^n) = B(2^{m+n} - 2), \text{ de unde obținem } 2^m + 2^n = 2^{m+n} - 2 \Leftrightarrow 2^{m+n} - 2^m - 2^n + 1 = 3,$ $\text{deci } (2^m - 1)(2^n - 1) = 3$ <p>Cum m și n sunt numere naturale, obținem perechile $(1, 2)$ și $(2, 1)$</p>	3p 2p