COLEGIUL NAŢIONAL DE INFORMATICĂ TUDOR VIANU

Str. Arhitect Ion Mincu nr.10, sector 1, Bucureşti, România
Tel/fax 021222 66 70; http://www.lbi.ro ; email: lbi@lbi.ro

Concursul „Micii Campioni"
29 iunie 2020

- **Pentru fiecare dintre problemele de tip grilă marchează în tabelul primit litera corespunzătoare răspunsului tău. Un singur răspuns este corect. Dacă vei marca două răspunsuri la o singură problemă, acea problemă nu va fi luată în considerare. Fiecare răspuns corect valorează 5 puncte.**
- **Pentru fiecare dintre cele două probleme care urmează după grile vei redacta pe foaia de concurs rezolvarea completă. Fiecare problemă are un punctaj maxim de 20p.**
- **Toate problemele sunt obligatorii.**
- **Timp de lucru: 2 ore**

Subiectul I. Probleme de tip grilă

1. Un bidon plin cu lapte cântăreşte 25 kg. Acelaşi bidon plin pe jumătate cu lapte cântăreşte 13 kg. Cât cântăreşte bidonul gol?

a) 2 kg	b) 100g	c) 1500g	d) 1000g	e) 500g

2. Cu cât este egală suma dintre cel mai mic număr natural format cu 6 cifre distincte şi cel mai mic număr natural impar format cu 3 cifre?

a) 120448	b) 102468	c) 102446	d) 102445	e) 102440

3. Vârsta mamei este în prezent cu 22 de ani mai mare decât vârsta fiicei sale. Peste 6 ani vârsta fiicei va fi de trei ori mai mică decât vârsta mamei sale. Câţi ani au cele două împreună în prezent?

a) 41 ani	b) 36 ani	c) 27 ani	d) 30 ani	e) 32 ani

4. O treime din tricourile vândute într-un magazin au fost albe, un sfert au fost albastre, iar restul au fost roşii. Ştiind că s-au vândut mai mult de 150 de tricouri, dar nu mai mult de 160, spuneţi câte tricouri roşii s-au vândut în acel magazin.

a) 52	b) 65	c) 39	d) 48	e) 56

5. 10 creioane, 30 de caiete şi 70 de rigle costă împreună 240 de lei. 40 de creioane, 30 de caiete si 10 rigle costă împreună 150 de lei. Cât vor costa împreună un creion, un caiet şi o riglă?

(Creioanele sunt toate la fel, caietele sunt toate identice, iar riglele au toate acelaşi preţ.)

a) 5 lei	b) 8 lei	c) 7 lei	d) 6 lei	e) 9 lei

6. Câte numere naturale $\overline{abba}$ verifică egalitatea: $\overline{ab} + \overline{ba} = a \times b + a$

a) 0	b) 1	c) 2	d) 3	e) 4

7. Cristi, Ioana, Diana si George au cumpărat împreună un cadou pentru mama lor. În joacă, unul dintre ei a ascuns cadoul.

Ioana spune: „Nu l-am ascuns eu.”

Diana spune: „George l-a ascuns.”

Cristi spune: „Nu l-am ascuns eu.”

George spune: „Ioana l-a ascuns.”

Știind că numai unul dintre ei minte, aflați cine a ascuns cadoul.

a) Cristi	b) Ioana	c) George	d) Diana	e) nu putem afla

8. Anca are o ladă plină cu mere de vânzare. Primului client îi vinde jumătate din mere și încă un măr. Celui de-al doilea client îi vinde jumătate din merele rămase și încă un măr și tot așa mai departe, respectând regula, și pentru ultimul dintre clienți. Știind că Anca a vândut toate merele și că ele au ajuns pentru exact 7 clienți, precizați câte mere au fost la început în ladă.

a) 126	b) 256	c) 252	d) 142	e) 254

Pentru problemele de mai jos scrieți rezolvarea completă pe foaia de concurs.

Subiectul al II-lea (20p)

La etapa finală a unui concurs de matematică, unde au avut de rezolvat o singură problemă, au participat 5 elevi: Anca, Bianca, Costin, Dan și Eliza. Fiecare a obținut un punctaj număr natural de la 2 la 10. Precizați câte puncte a obtinut și pe ce loc este Dan, știind că:

a) oricare doi elevi au punctaje diferite;

b) Anca, Bianca și Costin au obținut împreună 15 puncte;

c) Bianca, Costin și Dan au obținut împreună 12 puncte;

d) Anca are cel mai mare punctaj;

e) Eliza are 6 puncte și este pe locul al treilea.

Subiectul al III-lea (20p)

În cele 64 de pătrățele 1×1 dintr-un tabel pătrat 8×8 (cu 8 linii și 8 coloane, precum tabla de șah) sunt scrise toate numerele naturale de la 1 la 64. Două pătrățele se numesc *vecine* dacă au o latură comună.

Justificați că pentru orice scriere a numerelor, există două pătrățele vecine pentru care diferența dintre numerele înscrise în ele nu este mai mică decât 5.

Concursul „Micii Campioni”
29 iunie 2020

SOLUTII SI BAREM DE CORECTARE

Raspunsurile corecte la subiectele de tip grila

Numar problema	Raspuns corect
1	d
2	c
3	e
4	b
5	d
6	a
7	c
8	e

Subiectul al II-lea

Notam punctajele obtinute de elevi astfel :

$a =$ punctajul obtinut de Anca ; $b =$ punctajul obtinut de Bianca; $c =$ punctajul obtinut de Costin

$d =$ punctajul obtinut de Dan; $e =$ punctajul obtinut de Eliza

$$a + b + c = 15$$

$$b + c + d = 12$$

Avem astfel $a = d + 3$ 3p

Anca este pe locul 1, Eliza cu 6p este pe locul 3 deci a poate fi doar 8 sau 9 sau 10 .... 3p

Presupunem prin absurd ca $a = 9$. Obtinem $d = 6$, contrazicem ipoteza conform careia elevii au punctaje diferite. 3p

Presupunem prin absurd ca $a = 8$. Obtinem $d = 5$. Rezulta ca cel putin unul dintre punctajele b sau c este egal cu 7 (pentru locul 2). Deci $b + c \geq 9$. Contrazicem $b + c = 7$.............. 5p

Prin urmare $a = 10$ 1p

In concluzie, $d = 7$ deci Dan are 7p si este pe locul al doilea.. 1p

Sa demonstram ca problema are solutie, prezentand un exemplu :

Anca 10p

Dan 7p

Eliza 6p 4p

Bianca 3p

Costin 2p

Subiectul al III-lea

Diferenta dintre numerele scrise in doua patratele *vecine* nu este mai mica decat 5, deci este mai mare sau egala decat 5. Avem astfel de demonstrat ca in orice scriere exista doua patratele *vecine* pentru care diferenta dintre numerele inscrise in ele este mai mare sau egala decat 5.........2p

Presupunem ca diferenta oricaror doua numere scrise in patratele vecine este mai mica sau egala decat 4 ....3p

Considerand doua patratele diferite ale tablei, ele sunt separate de cel mult 14 patratele vecine(cel mult 7 pe orizontala si cel mult 7 pe verticala)..5p

De exemplu

1							
							64

Pornind de la patratelul in care este scris numarul 1 spre patratelul in care este scris numarul 64 vom deduce ca $1 + 14 \cdot 4 \geq 64$, ceea ce este fals. Prin urmare, exista cel putin doua patratele vecine pentru care diferenta numerelor scrise in ele este cel putin egala cu 5. ....10p