

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2019 - 2020

Matematică

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $18 - 18 : 6$ este egal cu
- 5p 2. Numărul care reprezintă 50% din 100 este egal cu
- 5p 3. Produsul numerelor întregi din intervalul $(-2, 4]$ este egal cu
- 5p 4. Pătratul $ABCD$ are perimetrul de 12 cm. Latura acestui pătrat este de ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor AD' și $B'C$ are măsura de ...°.

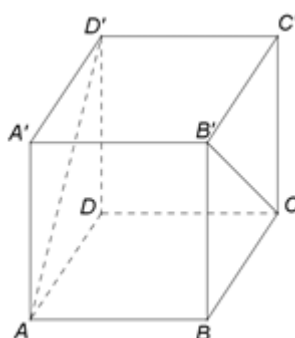


Figura 1

- 5p 6. În tabelul următor sunt prezentate informații privind veniturile și cheltuielile unui firme, exprimate în mii lei, pentru fiecare dintre cele patru trimestre ale anului 2019.

Perioada	Trimestrul I	Trimestrul al II-lea	Trimestrul al III-lea	Trimestrul al IV-lea
Venituri	300	400	550	600
Cheltuieli	225	350	440	550

Conform informațiilor din tabel, diferența dintre veniturile și cheltuielile acestei firme în trimestrul al II-lea este egală cu ... mii lei.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră de vârf V și bază $ABCD$.
- 5p 2. Trei numere naturale au suma egală cu 240 și sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și 5. Determinați cel mai mare dintre cele trei numere.
- 5p 3. Dan și Cristina au, împreună, 120 de lei. Dan observă că, dacă îi dă Cristinei 10 lei din suma lui de bani, atunci suma de bani a Cristinei este de două ori mai mare decât suma de bani cu care rămâne el. Determinați suma inițială de bani a lui Dan.
4. Se consideră numerele reale $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{2}{3}$ și $y = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{3^5} \cdot 81^4$.
- 5p a) Arătați că $x = 1$.
- 5p b) Determinați cel mai mare număr natural de trei cifre distincte care este divizibil cu media aritmetică a numerelor x și y .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = x(x-3)^2 + 2(x-2)(x+2) + (2x+1)^2 - 7(2x-1)$, unde x este număr real. Arătați că, pentru orice număr natural nenul n , numărul $E(n)$ se scrie ca produs de trei numere naturale consecutive.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AB = 12\text{ cm}$, $AD = 12\text{ cm}$ și $DC = 3\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul laturii AD și punctul N este simetricul punctului C față de punctul M .

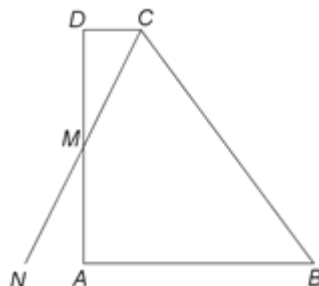


Figura 2

- 5p a) Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu 90 cm^2 .
5p b) Demonstrați că punctele N , A și B sunt coliniare.
5p c) Determinați distanța de la punctul M la dreapta BC .

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub $ABCA'B'C'D'$ cu $AB = 12\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul laturii AB , punctul N este mijlocul laturii $A'D'$ și punctul P este situat pe latura $C'D'$ astfel încât $C'P = 3D'P$.

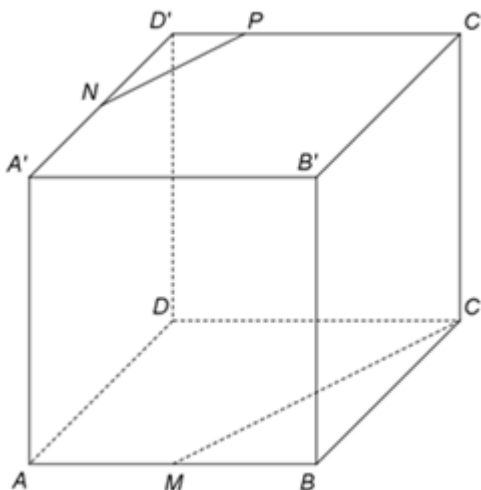


Figura 3

- 5p a) Arătați că $CM = 6\sqrt{5}\text{ cm}$.
5p b) Demonstrați că dreapta NP este paralelă cu planul $(B'MC)$.
5p c) Demonstrați că distanța de la punctul P la dreapta CM este egală cu $\frac{6\sqrt{145}}{5}\text{ cm}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2019 - 2020

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	15	5p
2.	50	5p
3.	0	5p
4.	3	5p
5.	90	5p
6.	50	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida patrulateră Notează piramida patrulateră de vârf V și bază $ABCD$	4p 1p
2.	$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = 24$, unde x , y și z sunt cele trei numere Cel mai mare dintre cele trei numere este $z = 120$	3p 2p
3.	$2(x-10) = 120 - x + 10$, unde x este suma inițială de bani a lui Dan $3x = 150$, de unde $x = 50$, deci suma inițială de bani a lui Dan este 50 de lei	3p 2p
4.	a) $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} =$ $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$	3p 2p
	b) $y = \frac{1}{3^{1+2+3+4+5}} \cdot (3^4)^4 = \frac{1}{3^{15}} \cdot 3^{16} = 3$ $m_a = \frac{x+y}{2} = 2$; cel mai mare număr natural de trei cifre distincte care este divizibil cu 2 este 986	3p 2p
5.	$E(x) = x(x^2 - 6x + 9) + 2(x^2 - 4) + 4x^2 + 4x + 1 - 14x + 7 = x^3 - 6x^2 + 9x + 2x^2 - 8 + 4x^2 - 10x + 8 =$ $= x^3 - x$, pentru orice număr real x Pentru orice număr natural nenul n , $E(n) = n(n^2 - 1) = (n-1)n(n+1)$, deci numărul $E(n)$ se scrie ca produs de trei numere naturale consecutive	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB+CD) \cdot AD}{2} = \frac{(12+3) \cdot 12}{2} =$ $= 15 \cdot 6 = 90 \text{ cm}^2$	3p 2p
----	--	----------

	<p>b) M este mijlocul segmentelor AD și CN, deci $ACDN$ este paralelogram $AN \parallel CD$ și $AB \parallel CD$, deci punctele N, A și B sunt coliniare</p>	<p>3p 2p</p>
	<p>c) $\mathcal{A}_{\Delta MBC} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{\Delta MCD} - \mathcal{A}_{\Delta MAB} = 45 \text{ cm}^2$</p> <p>Cum $BC = 15 \text{ cm}$, obținem că $\frac{15 \cdot d(M, BC)}{2} = 45$, deci $d(M, BC) = 6 \text{ cm}$</p>	<p>2p 3p</p>
2.	<p>a) ΔBCM este dreptunghic în B, deci $CM = \sqrt{BC^2 + BM^2} =$ $= \sqrt{144 + 36} = 6\sqrt{5} \text{ cm}$</p>	<p>3p 2p</p>
	<p>b) $ME \parallel BB'$, $ME = BB'$, unde E este mijlocul laturii $A'B'$ și, cum $BB' \parallel CC'$, $BB' = CC'$, obținem $ME \parallel CC'$ și $ME = CC'$, deci $MCC'E$ este paralelogram $\Rightarrow CM \parallel C'E$ NP linie mijlocie în $\Delta D'A'F$, unde F este mijlocul laturii $C'D' \Rightarrow NP \parallel A'F$ și, cum $A'EC'F$ este paralelogram, obținem $C'E \parallel A'F$, deci $NP \parallel CM$ și, cum $CM \subset (B'MC)$, rezultă $NP \parallel (B'MC)$</p>	<p>2p 3p</p>
	<p>c) Dacă Q este situat pe latura CD astfel încât $CQ = 3DQ$, atunci $PQ \perp (ABC)$ și, pentru $QT \perp CM$, $T \in CM$, cum $CM \subset (ABC)$, obținem $PT \perp CM$, deci $d(P, CM) = PT$</p> <p>$\sphericalangle QCT \equiv \sphericalangle BMC \Rightarrow \sin(\sphericalangle QCT) = \sin(\sphericalangle BMC)$, deci $\frac{QT}{QC} = \frac{BC}{CM} \Rightarrow QT = \frac{18\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$ și, cum</p> <p>$PQ = 12 \text{ cm}$ și $PQ \perp QT$, obținem $PT = \frac{6\sqrt{145}}{5} \text{ cm}$</p>	<p>2p 3p</p>