

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2019 - 2020

Matematică

Varianta 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Rezultatul calculului $60 - 20 : 2$ este egal cu
- 5p** 2. Numărul care reprezintă $\frac{1}{4}$ din 120 este egal cu
- 5p** 3. Cel mai mic număr natural din intervalul $I = [10, 20]$ este egal cu
- 5p** 4. Pătratul $MNPQ$ are latura de 5 cm. Aria pătratului $MNPQ$ este egală cu ... cm².
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$. Unghiul dreptelor BC și DD' are măsura de ...°.

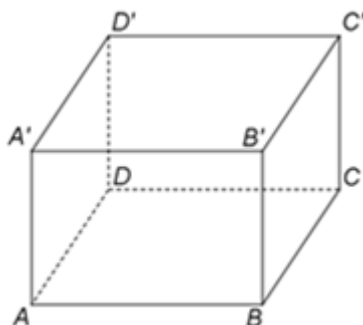
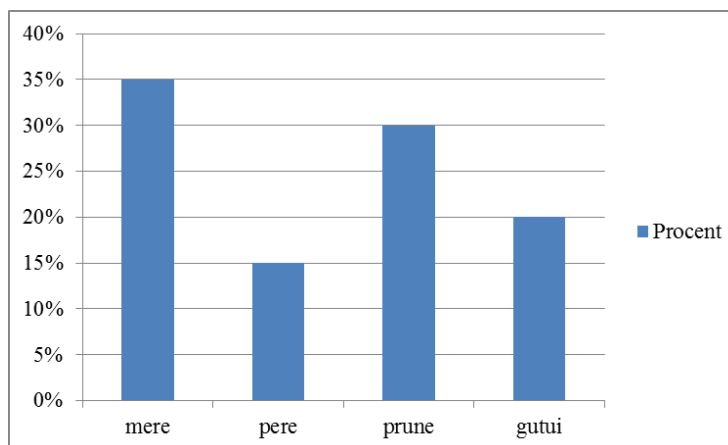


Figura 1

- 5p** 6. Într-un depozit sunt în total 100kg de fructe. Repartiția procentuală a tipurilor de fructe din depozit este reprezentată în diagrama de mai jos.



Conform informațiilor din diagramă, cantitatea de gutui din acest depozit este de ...kg .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCDEFGH$.
- 5p** 2. Arătați că media aritmetică a numerelor raționale $a = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{12}$ și $b = 3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)$ este egală cu 2 .
- 5p** 3. Ana și Mihai au economisit, împreună, 140 de lei. Determinați suma economisită de Ana, știind că 30% din suma economisită de ea reprezintă două cincimi din suma economisită de Mihai.

4. Se consideră numerele reale $x = 3^{47} : 3^{45} - 2^{40} : 2^{38}$ și $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}\right) \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

5p a) Arătați că $x = 5$.

5p b) Se consideră numărul natural $N = y - \frac{x+1}{2}$. Determinați cel mai mic număr natural de două cifre care este divizibil cu N .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = (2x+1)^2 - 3(x-1)^2 - (x-1)(x+1) - 6(x+1)$, unde x este număr real. Determinați numerele naturale n pentru care $E(n) \leq -1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. În *Figura 2* este reprezentat un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 13\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$ și $m(\sphericalangle BAD) < 90^\circ$. Se consideră punctul E astfel încât $DE \parallel AC$, $DE < AC$ și segmentele BC și CE sunt congruente.

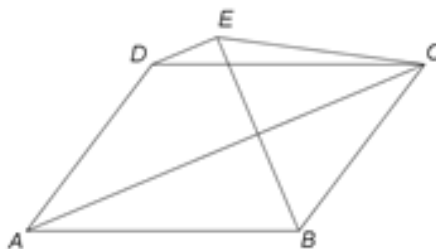


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu 46cm .

5p b) Demonstrați că segmentele AB și AE sunt congruente.

5p c) Demonstrați că, dacă măsura unghiului BCE este de 60° , atunci aria patrulaterului $ABCE$ este egală cu $60 + 25\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

2. În *Figura 3* este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 24\text{cm}$ și $BC = 10\text{cm}$. Punctul O este intersecția dreptelor AC și BD , iar dreapta EO este perpendiculară pe planul (ABC) . Punctele M , N și P sunt mijloacele segmentelor AB , AD , respectiv AE .

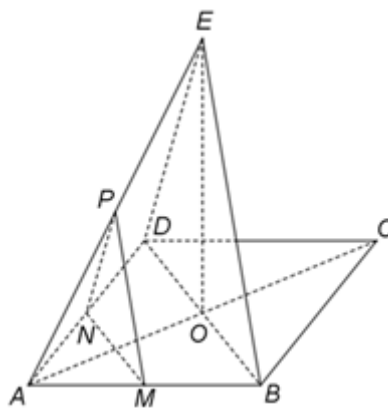


Figura 3

5p a) Arătați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu 240cm^2 .

5p b) Demonstrați că planele (MNP) și (BDE) sunt paralele.

5p c) Arătați că distanța dintre planele (MNP) și (BDE) este egală cu $\frac{60}{13}\text{cm}$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2019 - 2020

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	50	5p
2.	30	5p
3.	10	5p
4.	25	5p
5.	90	5p
6.	20	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	Desenează cubul Notează cubul <i>ABCDEFGH</i>	4p 1p
2.	$a = \frac{3-2}{4} : \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{1} = 3$ $b = 3 \cdot \frac{4-3+1}{6} = 3 \cdot \frac{2}{6} = 1$, deci $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$	2p 3p
3.	$\frac{30}{100} \cdot x = \frac{2}{5}(140-x)$, unde x este suma economisită de Ana $3x = 560 - 4x$, de unde $x = 80$, deci Ana a economisit 80 de lei	3p 2p
4.	a) $x = 3^{47-45} - 2^{40-38} = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$ b) $y = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot 3\sqrt{3} = 1 + 5 + 9 - 3 = 12$ $N = 12 - 3 = 9$, iar cel mai mic număr natural de două cifre divizibil cu N este 18	3p 2p 3p 2p
5.	$E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - 3(x^2 - 2x + 1) - (x^2 - 1) - 6x - 6 = 4x^2 + 4x + 1 - 3x^2 + 6x - 3 - x^2 + 1 - 6x - 6 = 4x - 7$, pentru orice număr real x $4n - 7 \leq -1 \Leftrightarrow n \leq \frac{3}{2}$ și, cum n este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2(13 + 10) = 46\text{cm}$ b) $BC = CE$ și $AD = BC$, deci $AD = CE$ și, cum $DE \parallel AC$, obținem că $ACED$ este trapez isoscel, deci $AE = CD$ $AB = CD$, deci $AB = AE$	3p 2p 3p 2p
----	---	----------------------

	<p>c) Triunghiul BCE echilateral și are aria $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$ $AB = AE$ și $BC = CE$, deci AC este mediatoarea segmentului BE, de unde obținem că $AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = 12 \text{ cm}$, unde F este punctul de intersecție a dreptelor AC și BE $\mathcal{A}_{\triangle ABE} = 60 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{ABCE} = \mathcal{A}_{\triangle ABE} + \mathcal{A}_{\triangle BCE} = 60 + 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
2.	<p>a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$ $= 24 \cdot 10 = 240 \text{ cm}^2$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>b) MN este linie mijlocie în $\triangle ABD$ și MP este linie mijlocie în $\triangle ABE$ $MN \parallel BD$, $MP \parallel BE$, $MN \cap MP = \{M\}$ și $BD \cap BE = \{B\} \Rightarrow (MNP) \parallel (BDE)$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
	<p>c) $EO \perp (ABC)$, $AT \subset (ABC)$, unde $AT \perp BD$, $T \in BD \Rightarrow EO \perp AT$ și, cum $BD \cap EO = \{O\}$, obținem $AT \perp (BDE)$, deci, cum $(MNP) \parallel (BDE)$, $AT \perp (MNP) \Rightarrow d((MNP), (BDE)) = TS$, unde $\{S\} = MN \cap AT$</p>	<p>3p</p>
	<p>N este mijlocul segmentului AD și $NS \parallel BD \Rightarrow NS$ este linie mijlocie în $\triangle ATD \Rightarrow TS = \frac{AT}{2}$ și, cum $AT = \frac{AD \cdot AB}{BD} = \frac{120}{13} \text{ cm}$, obținem $TS = \frac{60}{13} \text{ cm}$</p>	<p>2p</p>

Subiectul I

1. 50

2. 30

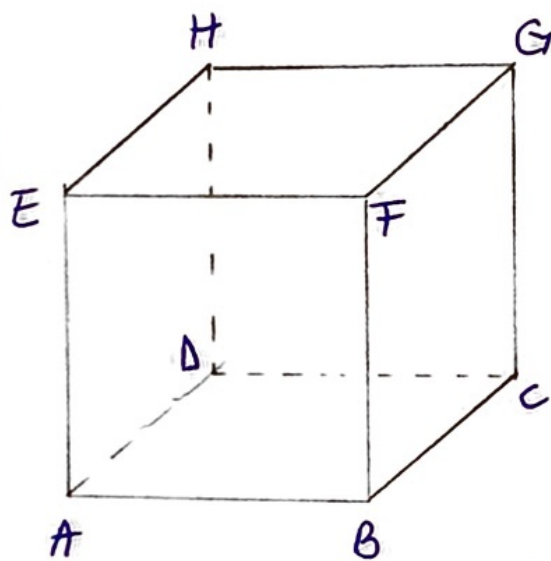
3. 10

4. 25

5. 90

6. 20

Subiectul II



1.

2. $a = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{12}$

$$a = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) : \frac{1}{12}$$

$$a = \frac{1}{4} : \frac{1}{12}$$

$$a = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{1}$$

$$a = 3$$

$$b = 3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)$$

$$b = 3 \cdot \left(\frac{4}{6} - \frac{3}{6} + \frac{1}{6}\right)$$

$$b = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{1}$$

$$b = 1$$

$$m_a = \frac{a+b}{2}$$

$$m_a = \frac{3+1}{2}$$

$$m_a = \frac{4}{2} = 2$$

3. Notăm cu a suma economisită de Ana și cu m suma economisită de Mihai.

$$a + m = 140$$

$$30\% \text{ din } a = \frac{2}{5} \text{ din } m$$

$$\frac{30^{(10)}}{100} \cdot a = \frac{2}{5} \cdot m$$

$$\frac{3a}{10} = \frac{2m}{5} \quad | \cdot 10$$

$$3a = 4m$$

$$a + m = 140 \quad | \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad 4a + 3a = 560$$

$$4a + 4m = 560 \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow 4a + 3a = 560 \\ 7a = 560 \end{array} \right. \quad | : 7$$

$$a = 80 \text{ lei.}$$

4. a) $x = 3^{47} : 3^{45} - 2^{40} : 2^{38}$

$$x = 3^2 - 2^2$$

$$x = 9 - 4$$

$$x = 5$$

b) $N = y - \frac{x+1}{2}$

$$y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} \right) \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} \right) \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot 3\sqrt{3}$$

$$y = \cancel{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt{5}}} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} - \frac{1}{\cancel{\sqrt{3}}} \cdot 3\sqrt{3}$$

$$y = 1 + 5 + 9 - 3$$

$$y = 12$$

$$N = 12 - \frac{5+1}{2} = 12 - \frac{6}{2} = 12 - 3 = 9$$

Notăm cu M_9 mulțimea multiplilor lui 9.

$$M_9 = \{0; 9; 18; 27; \dots\}$$

Cel mai mic număr natural, de două cifre, care este divizibil cu 9 este 18.

5. $E(x) = (2x+1)^2 - 3(x-1)^2 - (x-1)(x+1) - 6(x+1), x \in \mathbb{R}$

$$E(x) = (4x^2 + 4x + 1) - 3(x^2 - 2x + 1) - (x^2 - 1) - 6(x+1)$$

$$E(x) = \underline{4x^2} + \underline{4x} + \underline{1} - \underline{3x^2} + \underline{6x} - \underline{3} - \underline{x^2} + \underline{1} - \underline{6x} - \underline{6}$$

$$E(x) = 4x - 7$$

$$E(m) = 4m - 7, m \in \mathbb{N} \quad \Big| \Rightarrow 4m - 7 \leq -1$$

$$E(m) \leq -1$$

$$4m \leq -1 + 7$$

$$4m \leq 6 \quad | :4$$

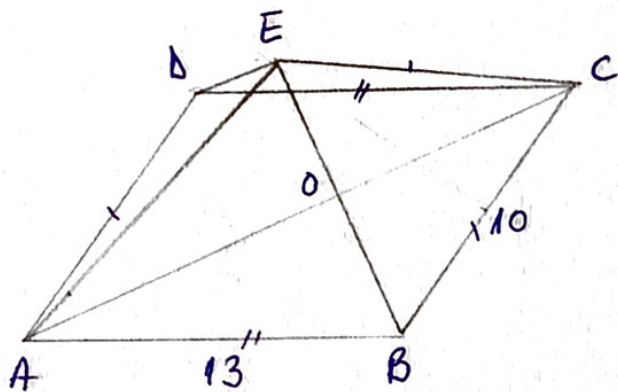
$$m \leq \frac{6}{4}$$

$$m \leq 1,5 \quad \Big| \Rightarrow$$

$$m \in \mathbb{N} \quad \Big| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \in \{0; 1\}$$

SUBIECTUL AL III-lea



$ABCD$ - paralelogram
 $AB = 13 \text{ cm}$
 $BC = 10 \text{ cm}$
 $m(\angle BAD) < 90^\circ$
 $DE \parallel AC$
 $\triangle E < AC$
 $[BC] \equiv [CE]$

a) $ABCD$ - paralelogram $\Rightarrow AB = DC = 13 \text{ cm}$
 $BC = AD = 10 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}
 P_{ABCD} &= AB + BC + CD + DA \\
 &= 13 + 10 + 13 + 10 \\
 &= 46 \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

b) $DE \parallel AC$
 $AD \parallel EC$
 $[AD] \equiv [BC] \equiv [CE]$

$\Rightarrow ACED$ - trapez isoscel $\Rightarrow [AE] \equiv [DC]$
 Dar $[DC] \equiv [AB] \Rightarrow [AB] \equiv [AE]$

c) $m(\widehat{BCE}) = 60^\circ$
 $\triangle BCE$ - isoscel $\Rightarrow \triangle BCE$ - echilateral \Rightarrow

$$\Rightarrow BC = CE = BE = 10 \text{ cm}$$

$[BC] \equiv [CE]$
 $[AB] \equiv [AE]$

$\Rightarrow AC$ - mediatoarea segmentului BE

Fie $\{O\} = AC \cap BE \Rightarrow CO \perp BE$ și $AO \perp BE$.

$$A_{ABCE} = A_{\triangle BCE} + A_{\triangle ABE}$$

$$A_{\triangle BCE} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{100 \sqrt{3}}{4} = 25 \sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ (Am notat cu } l \text{ latura Triunghiului echilateral } BCE).$$

În ΔAOB : $m(\hat{O}) = 90^\circ$
 $AB = 13 \text{ cm}$
 $BO = 5 \text{ cm}$.

Aplicăm teorema lui Pitagora

$$AO^2 + OB^2 = AB^2$$

$$AO^2 + 5^2 = 13^2$$

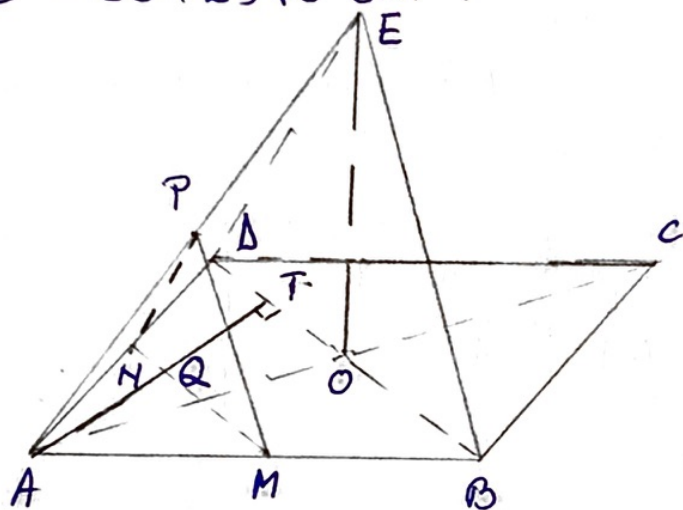
$$AO^2 + 25 = 169$$

$$AO = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$A_{\Delta ABE} = \frac{AO \cdot BE}{2} = \frac{12 \cdot 10}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

$$A_{ABCE} = 60 + 25\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

2.



ABCD - dreptunghi

$$AB = 24 \text{ cm}$$

$$BC = 10 \text{ cm}$$

$$AC \cap BD = \{O\}$$

$$EO \perp (ABC)$$

M - mijlocul lui [AB]

N - mijlocul lui [AD]

P - mijlocul lui [AE].

a) $A_{ABCD} = AB \cdot BC$
 $= 24 \cdot 10$
 $= 240 \text{ cm}^2.$

b) [MN] - linie mijlocie în $\Delta ABD \Rightarrow MN \parallel BD$
 $BD \subset (BDE)$
 $MN \not\subset (BDE)$ $\Rightarrow MN \parallel (BDE)$

Analog $PM \parallel (BDE)$

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel (BDE) \\ MN \subset (MNP) \\ PM \parallel (BDE) \\ PM \subset (MNP) \\ MN \cap PM = \{M\} \end{array} \right\} \Rightarrow (MNP) \parallel (BDE).$$

c) Fie $AT \perp BD$, $T \in BD$

În ΔABD avem: $m(\hat{A}) = 90^\circ$

$$AB = 24 \text{ cm}$$

$$AD = DC = 10 \text{ cm}$$

Aplicăm teorema lui Pitagora:

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$BD^2 = 10^2 + 24^2$$

$$BD^2 = 100 + 576$$

$$BD = \sqrt{676}$$

$$BD = 26 \text{ cm.}$$

[AT] înălțime în triunghiul dreptunghic ABD

$$\Rightarrow AT = \frac{AB \cdot AD}{BD} \Rightarrow AT = \frac{24 \cdot 10}{26} = \frac{240^{\cancel{12}}}{26} = \frac{120}{13} \text{ cm.}$$

$$AT \perp DB$$

$$DBC \text{ (DEB)}$$

$$AT \perp EO$$

$$EOC \text{ (DEB)}$$

$$DB \cap EO = \{O\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} AT \perp (DEB) \\ (MNP) \parallel (DEB) \end{array} \right\} \Rightarrow AT \perp (MNP)$$

Fie $\{Q\} = AT \cap MN \Rightarrow d((MNP); (BDE)) = QT$

În ΔATB avem: $[AM] \equiv [MB]$ $\left| \Rightarrow [MQ] \text{ - linie mijlocie} \right.$
 $MQ \parallel BT$

$$\Rightarrow QT = \frac{1}{2} \cdot AT = \frac{1}{2} \cdot \frac{120}{13} = \frac{60}{13} \text{ cm.}$$