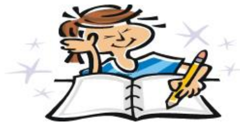
SIMULARE NR. 5 – gen U.P.B / anul școlar 2019-2020

MODEL NR. 5 -ADMITERE UNIVERSITATI TEHNICE 2018 (PROF. GOBEJ ADRIAN)

1. Fie ecuația $mx^2+3x-1-m=0$, $m\in R^*$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației. Atunci valoarea expresiei $3x_1x_2-x_1-x_2$ este:
   a) -3; **b)** ln2; **c)** $\sqrt{3}$; **d)** $-\pi$; **e)** e.
2. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică de rație r. Știind că $a_1=3$ și $a_{27}=81$, atunci r este:
   a) 3; **b)** 0; **c)** -4; **d)** 4; **e)** -1.
3. Se consideră binomul $\left(\sqrt[3]{x}-x\sqrt{x}\right)^{11}$. Coeficientul termenului din dezvoltare care-l conține pe x^6 este:
   a) 55; **b)** 50; **c)** 45; **d)** 35; **e)** 30.
4. Dacă ecuația $x^3-5x^2+7x+13=0$ are rădăcina $x_1=3+2i$, unde $i^2=-1$, atunci $x_2\cdot x_3$ este:
   a) $-3+2i$; **b)** $-3-2i$; **c)** $-1+2i$; **d)** $1+2i$; **e)** $2i$.
5. Valoarea reală a lui m pentru care sistemul $\begin{cases} mx+y-2z=2 \\ 2x+y+3z=1 \\ (2m-1)x+2y+z=2 \end{cases}$ este incompatibil, este:
   a) $m=3$; **b)** $m=2\ln 3$; **c)** $m=9\sqrt{2}$; **d)** $m=5e$; **e)** $m=7\pi$.
6. Dacă $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$ și $\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$, atunci $tg\ \alpha$ are valoarea:
   a) $\frac{4}{3}$; **b)** $-\frac{4}{3}$; **c)** $\frac{1}{3}$; **d)** $-\frac{1}{3}$; **e)** $\frac{5}{3}$.
7. Unghiul format de vectorii $\vec{u}=2\vec{i}-5\vec{j}$ și $\vec{v}=5\vec{i}+2\vec{j}$, este:
   a) $\frac{\pi}{2}$; **b)** $\frac{\pi}{4}$; **c)** $\frac{\pi}{3}$; **d)** $\frac{\pi}{6}$; **e)** $\frac{2\pi}{3}$.
8. Parametrul $\lambda\in R$, pentru care familia de drepte $x-y+1+\lambda(2x-y)=0$, este paralelă cu Ox, are valoarea:
   a) $-\frac{1}{2}$; **b)** $\frac{1}{2}$; **c)** $-\frac{3}{2}$; **d)** 0; **e)** 1.
9. Dacă $z^2+z+1=0$, atunci valoarea expresiei $z^{2013}+\frac{1}{z^{2013}}$, este:
   a) 2; **b)** -2; **c)** 1; **d)** 4; **e)** i.
10. Fie punctele $A(-2;0)$, $B(4;0)$ și $C(0;6)$. Distanța de la punctul B la dreapta (AC) este:
    a) $\frac{9\sqrt{10}}{5}$; **b)** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$; **c)** $\frac{9\sqrt{10}}{7}$; **d)** $\sqrt{10}$; **e)** $9\sqrt{10}$.
11. Fie funcția $f:R-\{2\}\to R$, $f(x)=\begin{cases} \frac{a\ln(3-x)}{x-2}, & x<2 \\ \frac{2^x-4}{x-2}, & x>2 \end{cases}$. Valoarea parametrului $a\in R$, pentru care funcția f poate fi prelungită prin continuitate la R, este:
    a) $-4\ln 2$; **b)** $4\ln 2$; **c)** $\ln 2$; **d)** $2\ln 2$; **e)** $-2\ln 2$.



12. Valorile parametrilor $m, n, p \in R$ pentru care ecuația $x^4 + 3x^3 - mx^2 + (n+2)x + p - 1 = 0$ are rădăcina triplă $x = -1$, sunt:
a) $m=-3, n=-1, p=1$; **b)** $m=3, n=-1, p=1$; **c)** $m=-3, n=1, p=1$;
d) $m=-3, n=-1, p=-1$; **e)** $m=-3, n=-1, p=2$.

13. Fie funcția $f: R \to R$, $f(x) = \dfrac{ax + a - 2}{x^2 + 1}$, $a \in R$. Valoarea parametrului *a*, pentru care funcția are un punct de extrem egal cu 1 în punctul de abscisă $x = 1$, este:

a) 2; **b)** -2; **c)** 3; **d)** -3; **e)** 0.

14. Dacă $F(x) = \int \dfrac{1}{x(1+\ln x)}dx$ și $F(e) = 0$, unde *e* este baza logaritmilor naturali, atunci $F(e^2)$ este:

a) $\ln\dfrac{3}{2}$; **b)** $\ln 6$; **c)** $\ln\dfrac{2}{3}$; **d)** $\ln\dfrac{1}{2}$; **e)** $\ln 3$.

15. Valoarea integralei $\int_1^2 \dfrac{x^3}{x+2}dx$ este:

a) $\dfrac{10}{3} + 8\ln\dfrac{3}{4}$; **b)** $\dfrac{10}{3} - 8\ln\dfrac{3}{4}$; **c)** $-\dfrac{10}{3} + 8\ln\dfrac{3}{4}$; **d)** $\dfrac{10}{3} + \ln\dfrac{3}{4}$; **e)** $\dfrac{1}{3} + 8\ln\dfrac{3}{4}$.

Rezolvare subiect matematică
Varianta I

1.

$$x_1 + x_2 = -\frac{3}{m};$$
$$x_1 x_2 = -\frac{1}{m} - 1;$$
$$3x_1x_2 - x_1 - x_2 = -3.$$

2.

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$\left.\begin{array}{l} a_{27} = 3 + 26\cdot r \\ a_{27} = 81 \end{array}\right\} \Rightarrow r = 3.$$

3.

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k;$$
$$T_{k+1} = (-1)^k C_{11}^k x^{\frac{11-k}{3} + \frac{3k}{2}};$$
$$\frac{11-k}{3} + \frac{3k}{2} = 6 \Rightarrow k = 2;$$

- coeficientul lui x^6: $(-1)^2 C_{11}^2 = 55$.

4.

$$\left.\begin{array}{l} x_1x_2x_3 = -13 \\ x_1 = 3 + 2i \end{array}\right\} \Rightarrow x_2x_3 = -\frac{13}{3+2i} = -3 + 2i.$$

5. $\Delta = \begin{vmatrix} m & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2m-1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$;

- sistem incompatibil $\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow m = 3$;
- pentru $m = 3$, sistemul devine $\begin{cases} 3x + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 5x + 2y + z = 2 \end{cases}$; se observă că ecuația 1+ ecuația 2= ecuația 3 exclusiv termenii liberi, deci sistemul este incompatibil.

6. - cum $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin\alpha < 0$;

$tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha} = \frac{4}{3}$.

7. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\alpha$, unde α este unghiul format de vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$;

$10 - 10 = \sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$.

8. - panta familiei de drepte $m = \frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}$;

- familia de drepte este paralelă cu Ox dacă $m = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{2}$.

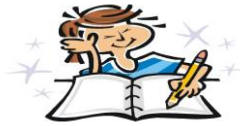
9. $z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow z^3 = 1$;

$z^{2013} = \left(z^3\right)^{671} = 1$;

- valoarea expresiei $z^{2013} + \frac{1}{z^{2013}} = 2$.

10. - ecuația dreptei (AC): $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 6 = 0$;

- distanța de la punctul B la dreapta (AC): $d(B, AC) = \frac{|3 \cdot 4 - 0 + 6|}{\sqrt{9+1}} = \frac{9\sqrt{10}}{5}$.



11. - funcția $f : R - \{2\} \to R$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{a\ln(3-x)}{x-2}, & x < 2 \\ \dfrac{2^x - 4}{x-2}, & x > 2 \end{cases}$ poate fi prelungită prin continuitate pe R dacă $f_s(2) = f_d(2) < \infty$, adică $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x) \Leftrightarrow -a = 4\ln 2 \Rightarrow a = -4\ln 2$.

12. - ecuația are rădăcină triplă $x = -1 \Leftrightarrow f(-1) = f'(-1) = f''(-1) = 0$.

$f''(-1) = 0 \Leftrightarrow -6 - 2m = 0 \Rightarrow m = -3$;

$f'(-1) = 0 \Leftrightarrow 2m + n = -7 \Rightarrow n = -1$;

$f(-1) = 0 \Leftrightarrow -m - n + p = 5 \Rightarrow p = 1$.

13. $f'(x) = \dfrac{-ax^2 + (4-2a)x + a}{(x^2+1)^2}$;

– funcția *f* admite extrem în punctul de abscisă $x = 1$ dacă $f'(1) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{4-2a}{4} = 0 \Rightarrow a = 2$.

14. $t = \ln x \Rightarrow dt = \dfrac{dx}{x}$;

$F(x) = \int \dfrac{1}{x(1+\ln x)}dx = \int \dfrac{1}{1+t}dt = \ln|1+t| + C = \ln|1+\ln x| + C$;

$\left.\begin{array}{l} F(e) = \ln 2 + C \\ F(e) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow C = -\ln 2$;

$F(e^2) = \ln 3 - \ln 2 = \ln\dfrac{3}{2}$.

15.

$$\int_1^2 \frac{x^3}{x+2}dx = \int_1^2 \left(x^2 - 2x + 4\right)dx - \int_1^2 \frac{8}{x+2}dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + 4x\right)\Bigg|_1^2 - 8\ln|x+2|\Big|_1^2$$

$$= \frac{10}{3} + 8\ln\frac{3}{4}.$$