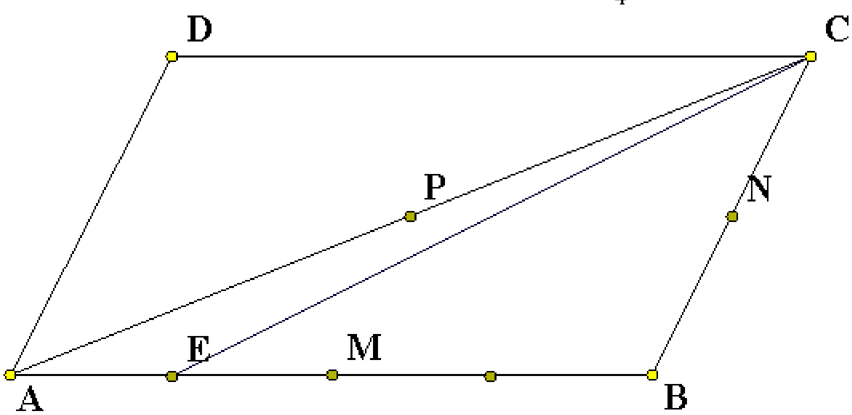
CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 17 ianuarie 2020
Barem de corectare şi notare
CLASA a IX-a H 2

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
1.	Determinarea mulţimii A $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ Cum $a_1=5.1-3=2$; $a_2=5.2-3=7$; $a_3=5.3-3=12$ şi $a_4=5.4-3=17$ rezultă $A=\{2;7;12;17\}$.	2p
	Determinarea mulţimii B Rezolvând ecuaţia $\lvert 3x-2\rvert=34$ obţinem $3x-2=\pm 34$ deci $x=12$ sau $x=-\frac{32}{3}\notin\mathbb{Z}$ .Astfel $B=\{12\}$.	2p
	Determinarea mulţimii C $x=\dfrac{22a+12}{2a+1}=\dfrac{11(2a+1)+1}{2a+1}=11+\dfrac{1}{2a+1}\in\mathbb{Z}$ $2a+1/1\Rightarrow 2a+1=\pm 1\Rightarrow a=0$ sau $a=-1$ Astfel $x_1=12\in\mathbb{Z}$ sau $x_1=10\in\mathbb{Z}$, deci $C=\{10,12\}$	2p
	Determinarea intersecţiei , fomularea concluziei $A\cap B\cap C=\{12\}\Rightarrow card\left(A\cap B\cap C\right)=1$	1p

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
2.a	Formează ecuaţia $1+2+3+...+n=1225$, în necunoscuta *n*.	1p
	Scrie formula $1+2+3+...+n=\dfrac{n\cdot(n+1)}{2}$.	2p
	$\dfrac{n\cdot(n+1)}{2}=1225\Leftrightarrow n\cdot(n+1)=2450$. Află soluţia n=49.	
2.b	Fie *x* numărul iniţial de cărţi, aflate în fiecare cutie.	1p
	Sunt $x+i$ cărţi în cutia *i*	
	$(x+1)+(x+2)+...+(x+15)=270$	
	$15x+(1+2+...+15)=270$	1p
	$15x+\dfrac{15\cdot 16}{2}=270$	2p
	Finalizare: $x=10$	

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
3.a	Înlocuieşte a şi b în expresia A Cunoaşte formula $(x-y)(x+y)=x^2-y^2$ Efectuează calculele Finalizează: $A=3$	2p

3.b	Cunoaşte proprietăţile modulului şi le aplică $\lvert 2m-1\rvert < 4 \Leftrightarrow -4 < 2m-1 < 4$ Determină $m \in \left(-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$ Alege cel mai mic număr întreg $m=-1$	3p
3.c	Efectuează calcule cu numere reale pozitive şi obţine relaţia $ab+\frac{1}{ab}\geq 2$ Formează un pătrat perfect $(ab-1)^2 \geq 0$	2p
	Alt mod de rezolvare: Scrie inegalitatea mediilor şi o aplică. Obţine $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{a}\right)\geq 2\sqrt{\frac{a}{b}}2\sqrt{\frac{b}{a}}=4$	2p

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
4.a	Se construieşte punctul $E \in [AB]$ astfel încât $AE=\frac{1}{4}AB$.  	1p
4.b	b) $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}$ (regula triunghiului)	3p
	$\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{AD}$	
	$\overrightarrow{BE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$	
	$\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{AD}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$	
	Din ipoteză avem $\overrightarrow{CE}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AD}$, iar $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AD}$ sunt necoliniari. Din unicitatea descompunerii vectorului $\overrightarrow{CE}$ după vectorii necoliniari $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AD}$ rezultă că $a=-\frac{3}{4}$ şi $b=-1$.	
4.c	$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$ (teorema medianei)	3p
	$\overrightarrow{BP}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$	
	$\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)$	
	Se adună relaţiile precedente şi se obţine:	

	$\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right)=$ $=\frac{1}{2}\left[\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}\right)+\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}\right)\right]=\vec{0}$	