CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, 17 ianuarie 2020
Barem de corectare şi notare
CLASA a X-a H 2

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
1.a	$a^3=\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)^3=2+\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+3\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\cdot\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)$	2p
	$a^3=4+3\cdot\sqrt[3]{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}\cdot a$ $a^3=4+3\cdot\sqrt[3]{2^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}\cdot a\Rightarrow a^3=4+3\cdot(-1)\cdot a=4-3\cdot a$	1p
1.b	$(a-1)\cdot(a^2+a+4)=a^3+a^2+4a-a^2-a-4=a^3+3a-4.$	1p
1.c	Conform punctului 1.a avem $a^3+3a-4=0$, iar din 1.b avem $a^3+3a-4=(a-1)(a^2+a+4)$. $(a-1)(a^2+a+4)=0\Rightarrow a-1=0$ sau $a^2+a+4=0$. $a-1=0\Rightarrow a=1\in\mathbb{N}$.	1p 1p
	$a^2+a+4=0\Rightarrow\Delta=-15<0\Rightarrow$ ecuaţia nu are soluţii reale.	1p

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
2.a	$\frac{x(3-4i)}{(3+4i)\cdot(3-4i)}-\frac{(x-i)\cdot(-i)}{(5i)\cdot(-i)}=\frac{5\cdot(3+4i)}{(3-4i)\cdot(3+4i)}$	1p
	$\frac{3x-4xi}{25}+\frac{5xi+5}{25}=\frac{15+20i}{25}\Rightarrow x=\frac{10+20i}{3+i}\Rightarrow x=5\cdot(1+i)\in\mathbb{C}.$	1p
2.b	$z=5\cdot(1+i)\Rightarrow z^2=[5\cdot(1+i)]^2=50i$	1p
	$z^4=(z^2)^2=(50i)^2=-2500, z^8=(z^4)^2=(-2500)^2=6250000$.	2p
2.c	$S=1+z+z^2+\cdots+z^7$ reprezintă suma a 8 termeni consecutivi ai unei progresii geometrice cu primul termen egal cu 1 şi raţia egală cu z . $S=\frac{z^8-1}{z-1}$	1p
	$S=\frac{6250000-1}{5+5i-1}=\frac{6249999}{4+5i}=\frac{6249999(4-5i)}{41}=152439(4-5i)$	1p

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
3.a	$$\frac{log_3(x\cdot\sqrt[3]{x})+log_3(x^{-3})}{log_5(x^5)-log_5(x^2\cdot\sqrt{x})}=\frac{log_3\left(x^{\frac{4}{3}}\right)+log_3(x^{-3})}{log_5(x^5)-log_5\left(x^{\frac{5}{2}}\right)}=$$	1p
	$$\frac{log_3\left(x^{-\frac{5}{3}}\right)}{log_5\left(x^{\frac{5}{2}}\right)}=\frac{-\frac{5}{3}}{\frac{5}{2}}\cdot\frac{log_3(x)}{log_5(x)}=-\frac{2}{3}\cdot log_3 5$$	1p
3.b	$$4\cdot(log_2(x^4))^2+12\cdot log_2\left(\frac{2}{x^4}\right)-(3-8\cdot log_2 x)^2=$$ $$=4\cdot(4\cdot log_2 x)^2+12\cdot(1-4\,log_2 x)-(3-8\cdot log_2 x)^2=$$	1p
	$64\cdot(log_2 x)^2+12-48\cdot log_2 x-9+48\cdot log_2 x-64\cdot(log_2 x)^2=3$	1p
3.c	$$\frac{1}{(log_x 2)\cdot(log_x 4)}+\frac{1}{(log_x 4)\cdot(log_x 8)}+\cdots+\frac{1}{(log_x 2^{n-1})\cdot(log_x 2^n)}=$$ $$=\frac{1}{1\cdot 2}\cdot\frac{1}{(log_x 2)^2}+\frac{1}{2\cdot 3}\cdot\frac{1}{(log_x 2)^2}+\cdots+\frac{1}{(n-1)\cdot n}\cdot\frac{1}{(log_x 2)^2}=$$	1p
	$$=\left[\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{(n-1)\cdot n}\right]\cdot\frac{1}{(log_x 2)^2}=\frac{n-1}{n}\cdot(log_2 x)^2$$	2p

Nr.subiect	Soluţie	Punctaj
4.a	$AB=\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert 1-8i\rvert=\sqrt{65}\,,AC=\lvert z_C-z_A\rvert=\lvert -8-i\rvert=\sqrt{65}$ $BC=\lvert z_C-z_B\rvert=\lvert -9+7i\rvert=\sqrt{130}\ ,\ AB^2+AC^2=BC^2$	1p 1p
	$\Rightarrow m(\sphericalangle BAC)=90^{\circ}\Rightarrow AB\perp AC\Rightarrow$ ΔABC este dreptunghic isoscel cu baza $[BC]$.	1p
4.b	$MB=MA=MC\Rightarrow M$ este centrul cercului circumscris ΔABC, care este dreptunghic în A $\Rightarrow M$ este mijlocul ipotenuzei $[BC]$ $\Rightarrow z_M=\frac{z_B+z_C}{2}=\frac{5+i}{2}$.	1p 1p
4.c	1 cm pe hartă înseamnă 100000 cm în teren, adică 1 Km în teren.	2p

	$AB \perp AC \Rightarrow l_{\min}(B; AC\} = d(B; AC) = AB = \sqrt{65}\ Km$ în teren.	