

Probleme pentru pregătirea olimpiadei - clasa a 5-a

1. a) Scrieți numărul $3^{300} + 3^{300} + 3^{300}$ ca o putere cu baza 3.

b) Găsiți un șir de numere naturale nenule a,b,c,d care să verifice relația

$$a^4 + b^5 + c^6 = d^7$$

2. Arătați că nu există pătrate perfecte de forma \overline{abcabc} .

3. Aflați toate numerele naturale de forma \overline{xyzzt} , care să fie simultan pătrate perfecte și cuburi perfecte.

4. Arătați că nu există numere naturale x și y care să verifice egalitatea:

$$2005x^2 + 2013y^2 = 2008^{4x+8y+2010}.$$

5. Să se compare numerele 5^{350} și 2^{820}

6. O mulțime este formată din 5 numere naturale. Se ridică la puterea a 4-a fiecare din aceste numere. Să se demonstreze că printre cele cinci rezultate astfel obținute, se pot găsi două a căror diferență se divide cu 10.

7. Să se determine ultimele trei cifre ale numărului $n = 2^{2009} + 4^{1004} + 2^{2005}$

8. Să se arate că nu există număr natural n pentru care $n^{2009} = n^{2008} + 2009$

9. Găsiți restul împărțirii la 19 a numărului $A = 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{32}$

10. Să se arate că nu există pereche de numere naturale a și b pentru care

$$a^4 + b^2 + b = 9^{2009}$$