

Variantă

EXAMENUL DE BACALAUREAT Probă scrisă la MATEMATICĂ

Prof. Iuliana TRĂȘCĂ

Specializarea matematică - informatică

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- (5p) 1. Aflați suma rădăcinilor ecuației $x^2 - 5x + 6 = 0$.
- (5p) 2. Determinați $\operatorname{Im}\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$, știind că $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 3 + i$.
- (5p) 3. Știind că doi termeni ai unei progresii aritmetice sunt $a_3 = 10$ și $a_8 = 25$, să se calculeze a_{10} .
- (5p) 4. Rezolvați ecuația $3^{\frac{x}{2}} \cdot 7^{\frac{x}{2}} = 9261$.
- (5p) 5. Să se scrie ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$, unde $A(3,2)$ și $B(7,4)$.
- (5p) 6. Dacă $f: \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{tg} x}$, calculați $\int f(x) dx$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul:
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x + 13y - 5z = 0, \text{ unde } x, y, z \in \mathbb{R} \\ x - 11y + 3z = 0 \end{cases}$$
- (5p) a) Să se calculeze determinantul și rangul matricei A , A fiind matricea sistemului.
- (5p) b) Să se rezolve sistemul.
- (5p) c) Să se găsească o soluție (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care
$$(x_0 + 3)^2 + (y_0 + 4)^2 - (z_0 + 1)^2 + y_0 = x_0^2 + y_0^2 - z_0^2 - y_0 + 39.$$
2. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale definim legea de compoziție "*" astfel:
$$x * y = \frac{1}{3}(x + y - 2xy + 1), \text{ oricare ar fi } x, y \in \mathbb{R}.$$
- (5p) a) Este această lege comutativă? Care este elementul neutru?
- (5p) b) Arătați că orice element $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ este simetrizabil în raport cu legea "*".
- (5p) c) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația: $3^x * 9^x = \frac{1}{3}$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_{\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}}^{\arcsin x} \ln(2\sin^2 t + \cos^2 t) dt$

(5p) a) Să se arate că f este derivabilă.

(5p) b) Să se calculeze $f'\left(\frac{1}{2}\right)$.

(5p) c) Să se cerceteze dacă funcția este integrabilă și în caz afirmativ să se calculeze $\int_0^{\cos 45^\circ} f(x) dx$

2. Se consideră funcția $f : [1, \infty) \leftarrow [0, \infty)$, $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{9x^2 - (3x-1)^2}} - 4x$

(5p) a) Arătați că f este strict crescătoare.

(5p) b) Arătați că f este bijectivă; Determinați $x_0 \in [1, \infty)$ astfel încât $f'(x_0) : f'(41) = \frac{9}{7}$

(5p) c) Calculați $f^{-1}(10\sqrt{2})$

- ◆ Toate subiectele (I, II, III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- ◆ La toate subiectele se cer rezolvări complete.