

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

8 februarie 2020

CLASA A XI-A

(3 ore/săptămână)

1.) Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$ .

a) Să se determine  $a, b \in \mathbb{R}$ , pentru care  $A^2 = aA + bI_2$ .

b) Să se arate că  $A^n = nA + (1-n)I_2$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

2.) În sistemul de axe  $xOy$ , se consideră punctele  $A(1,1)$ ,  $B(9,3)$  și  $C(3,7)$ . Notăm cu  $M$  mijlocul laturii  $BC$ .

a) Determinați ecuația dreptei  $AM$ .

b) Demonstrați că triunghiurile  $AMB$  și  $AMC$  au arii egale.

c) Demonstrați că, pentru orice punct  $P \in AM$ , triunghiurile  $ABP$  și  $ACP$  au aceeași arie.

3.) Să se calculeze valorile parametrilor real  $a, b \in \mathbb{R}$ , astfel încât :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2x^2 + 4x + 1} - ax - b \right) = 2\sqrt{2}$$

4.) Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 2 \\ 0, & x = 2 \\ \frac{x-b}{2x+1}, & x > 2 \end{cases}$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale.

a) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției.

b) Determinați numere reale  $a$  și  $b$  pentru care funcția este continuă pe  $\mathbb{R}$ .

c) Pentru  $b = 2$ , rezolvați în mulțimea  $(2, +\infty)$  inecuația  $(7f(x) - 1)(2^x - 16) \leq 0$ .

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.**

**Timp de lucru 3 ore.**