

„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2020. február 8.

XI. OSZTÁLY

(3 órás program)

1.) Adott az $A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$ mátrix.

a) Határozd meg $a, b \in \mathbb{R}$ értékeit, amelyekre $A^2 = aA + bI_2$!

b) Mutasd ki, hogy $A^n = nA + (1-n)I_2$, $n \in \mathbb{N}^*$!

2.) Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(1,1)$, $B(9,3)$ és $C(3,7)$. Legyen M a BC oldal felezőpontja.

a) Írd fel az AM egyenes egyenletét.

b) Bizonyítsd be, hogy az AMB és AMC háromszögek területei egyenlőek.

c) Bizonyítsd be, hogy bármely $P \in AM$ pont esetén, az ABP és ACP háromszögek területei egyenlőek.

3.) Határozd meg az $a, b \in \mathbb{R}$ értékeit úgy, hogy:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 + 4x + 1} - ax - b \right) = 2\sqrt{2}$$

4.) Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 2 \\ 0, & x = 2 \\ \frac{x-b}{2x+1}, & x > 2 \end{cases}$ függvény, ahol a és b valós számok.

a) Határozd meg grafikus kép aszimptótájának egyenletét $+\infty$ felé.

b) Határozd meg az a és b valós számok értékét úgy, hogy az f függvény legyen folytonos az \mathbb{R} halmazon.

c) Ha $b = 2$, oldd meg a $(7f(x) - 1)(2^x - 16) \leq 0$ egyenlőtlenséget a $(2, +\infty)$ halmazon.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.