Simulare pentru Examenul de bacalaureat 2019- 2020
Probă scrisă la matematică

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Să se arate că numărul $(1-i)^{2020}$ este real.

5p 2. Să se determine $m>0$ știind că graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+1$ intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x}-3\cdot 2^{x+1}+8=0$.

5p 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând o submulțime a mulțimii $A=\{a,b,c,d\}$, aceasta să aibă două elemente.

5p 5. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ știind că vectorii $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$ și $\vec{v}=m\vec{i}+4\vec{j}$ sunt perpendiculari.

5p 6. Știind că $\alpha\in\mathbb{R}$ și că $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{3}$, să se calculeze $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(n)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2^n & 0\\ 0 & 2^n-1 & 1\end{pmatrix}$, unde n este un număr natural.

5p a) Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p b) Determinați numărul natural n știind că $A(n)\cdot A(1)=A(3)$.

5p c) Determinați numerele naturale p și q știind că $A(p)\cdot A(q)=A(pq)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție "$*$" astfel: $x*y=5xy+6x+6y+6$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p a) Arătați că legea "$*$" este asociativă.

5p b) Studiați dacă legea "$*$" admite element neutru.

5p | c) Calculați $\left(-\frac{10}{5}\right)*\left(-\frac{9}{5}\right)*\left(-\frac{8}{5}\right)*...*\left(-\frac{1}{5}\right)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}$.

5p | a) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției *f*.

5p | b) Să se determine punctele de pe graficul funcției f în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 3$.

5p | c) Să se arate că, dacă $x\ge 1$, atunci $\ln x\ge\frac{2(x-1)}{x+1}$.

2. Se consideră $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-\cos x$.

5p | a) Calculați $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

5p | b) Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=a\cdot\sin x+bx^3$ să fie o primitivă a lui *f*.

5p | c) Determinați primitiva $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f care satisface relația $G'(0)+G(-1)+G(1)=2019$.

Simulare pentru Examenul de bacalaureat – 2020

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(1-i)^{2020}=\left[(1-i)^2\right]^{1010}=(-2i)^{1010}=$	**2p**
	$=2^{1010}\cdot i^{1010}=2^{1010}\cdot\left(i^4\right)^{252}\cdot i^2=-2^{1010}\in\mathbb{R}$	**3p**
2.	Ecuația $f(x)=0$ trebuie să aibă două soluții reale diferite, deci $\Delta>0$	**2p**
	$m^2-4>0\Leftrightarrow m\in(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$	**2p**
	Cum $m>0$, în final se obține $m\in(2,\infty)$.	**1p**
3.	Notăm $2^x=t, t>0$ iar ecuația devine $t^2-6t+8=0$	**2p**
	$t_1=4\Rightarrow x_1=2,\quad t_2=2\Rightarrow x_2=1$	**3p**
4.	Număr cazuri favorabile $C_4^2=6$	**2p**
	Număr cazuri posibile $C_4^0+C_4^1+\ldots+C_4^4=2^4=16$	**2p**
	Probabilitatea $=\dfrac{3}{8}$	**1p**
5.	$\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$	**2p**
	$2m-12=0\Leftrightarrow m=6$	**3p**
6.	$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{1}{9}$	**2p**
	$\sin 2\alpha=-\dfrac{8}{9}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	Determină $A(0)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	**3p**
	Obține $\det A(0)=1$	**2p**

b)	$A(n)\cdot A(1)=A(3)\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2^{n+1}&0\\0&2^{n+1}-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&8&0\\0&7&1\end{pmatrix}$ Obține $2^{n+1}=8$, deci $n=2$	**3p** **2p**
c)	$A(p)\cdot A(q)=A(pq)\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2^{p+q}&0\\0&2^{p+q}-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2^{pq}&0\\0&2^{pq}-1&1\end{pmatrix}$ $p+q=pq\Leftrightarrow(p-1)(q-1)=1$, deci $p=q=2$ sau $p=q=0$	**2p** **3p**
2.a)	Determină $(x*y)*z$ Determină $x*(y*z)$ $(x*y)*z=x*(y*z),(\forall)x,y,z\in\mathbb{R}\implies$ " $*$ " este asociativă	**2p** **2p** **1p**
b)	Observă că legea "$*$" este comutativă $x*e=x\Leftrightarrow(e+1)(5x+6)=0,\forall x\in\mathbb{R}$ Legea admite element neutru $e=-1\in\mathbb{R}$	**1p** **3p** **1p**
c)	Observă că $x*\left(-\frac{6}{5}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)*y=-\frac{6}{5},\forall x,y\in\mathbb{R}$ Conform a), se obține $\left(-\frac{10}{5}\right)*\left(-\frac{9}{5}\right)*\left(-\frac{8}{5}\right)*\ldots*\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{6}{5}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$l_d(0)=\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)=-\infty$ Dreapta $x=0$ este asimptotă verticală la dreapta	**3p** **2p**
b)	Impune condiția $f'(x)=0$ Determină $f'(x)=\frac{1}{x}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$ Obține $x=1\Rightarrow f(1)=0\Rightarrow A(1,0)\in G_f$	**2p** **2p** **1p**
c)	Demonstrează că f este crescătoare pe $[1,\infty)$ $f(x)\geq f(1)\Rightarrow f(x)\geq0,\forall x\in[1,\infty)$, deci $\ln x\geq\frac{2(x-1)}{x+1},\forall x\geq1$	**3p** **2p**

2.a)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{x^3}{3}\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}$	**3p**
	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \frac{\pi^3 - 24}{24}$	**2p**
b)	F este o primitivă a funcției $f \Leftrightarrow F$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$ și $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$	**1p**
	$F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a\cos x + 3bx^2 = -\cos x + x^2, \forall x \in \mathbb{R}$	**3p**
	$a = -1, b = \frac{1}{3}$	**1p**
c)	G este primitivă a funcției $f \Rightarrow G(x) = F(x) + c, \forall x \in \mathbb{R}$, unde $c \in \mathbb{R}$ și $F(x) = \frac{x^3}{3} - \sin x, x \in \mathbb{R}$	**1p**
	$G'(0) + G(-1) + G(1) = 2019 \Rightarrow 2c - 1 = 2019 \Rightarrow c = 1010$	**3p**
	$G: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $G(x) = \frac{x^3}{3} - \sin x + 1010$	**1p**