



SIMULARE BACALAUREAT-MI octombrie 2019

Subiectul I (30 puncte)

- 1) Fie ecuatia $X^2 - 4X - 2 = 0$, x_1 si x_2 radacinile acestei ecuatii. Demonstrati ca numarul $\frac{x_1}{x_1^2 - 4x_1} + \frac{x_2}{x_2^2 - 4x_2}$ este intreg.
- 2) Demonstrati ca numarul $X = 8^{2 - \log_4 \sqrt[3]{3}} \cdot 10^{\log_3}$ este natural.
- 3) Calculati cate submultimi cu 3 elemente ale multimii $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ contin elementul 7?
- 4) Determinati modulul numarului complex $Z = 3(1-i) - 2i(1+i)$.
- 5) Determinati k numar intreg cu proprietatea $k \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = 4$.
- 6) Calculati aria triunghiului ABC in care $AB = 4$, $AC = 6$ si $\cos(\hat{A}) = \frac{3}{5}$.

Subiectul II (30 puncte)

1) Fie
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$$
 unde $m \in \mathbb{R}$

a) Calculati determinantul matricei asociate sistemului . b) Aflati m astfel incat sistemul sa aiba solutie unica.

c) Pentru $m = 2$, determinati solutia (x_0, y_0, z_0) cu proprietatea $x_0 > 0$ si $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 3$

2) Pe $M = [0, \infty)$ se defineste urmatoarea lege de compozitie : $x * y = \ln(e^x + e^y - 1)$.

a) Arati ca legea de compozitie * este corect definita pe M . b) Aratati ca legea de compozitie * este asociativa. c) Rezolvati in M ecuatia $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{de\ n\ ori\ x} = 2x$.

Subiectul III (30 puncte)

1) Se considera functiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \max\{x^2, 3x - 2\}$ si $g(x) = 1 - \cos x$

a) Calculati $f'(x)$. b) Calculati $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$

c) Demonstrati ca ecuatia $2f(x) - 2g(x) = 1$ are cel putin o solutie reala.

2) Se considera functia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x(x-1)e^x$ a) Demonstrati ca orice primitiva a functiei f este descrescatoare pe $[0, 1]$ b) Determinati o primitiva $F: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ a functiei f care indeplineste conditia $F(0) = 1$. c) Calculati $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(0)}{x}$.

