Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $4\sqrt{5}-\sqrt{75}+\sqrt{108}-\sqrt{3}+\sqrt{25}-\sqrt{80}=5$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, pentru care $f(1)=8$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1}=x$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, 8 și 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=x-2$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a dreptei d cu axa Ox.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=6$, $AC=8$ şi $BC=10$. Calculați aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+x+y$.

5p **1.** Arătați că $(-1)*3=-1$.

5p **2.** Demonstrați că $x*y=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **3.** Verificați dacă $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Verificați dacă $-\frac{1}{2}$ este simetricul lui 1 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.

5p **5.** Determinați numerele reale x, știind că $x*x*x=x$.

5p **6.** Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relația $n*n=3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1-2a & 2a\\ -3a & 1+3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **2.** Arătați că $A(1)+A(5)=2A(3)$.

5p **3.** Arătați că $A(1)\cdot A(2)=A(5)$.

5p **4.** Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **5.** Demonstrați că $A(a)\cdot A(-1)=A(-1)\cdot A(a)=A(-1)$, pentru orice număr real a.

5p **6.** Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det\left(A\left(n^4\right)\right)<32$.

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$4\sqrt{5}-5\sqrt{3}+6\sqrt{3}-\sqrt{3}+5-4\sqrt{5}=$	**3p**
	$=\left(4\sqrt{5}-4\sqrt{5}\right)+\left(-5\sqrt{3}+6\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)+5=5$	**2p**
2.	$f(1)=1+a$	**2p**
	$1+a=8 \Leftrightarrow a=7$	**3p**
3.	$2x-1=x^2 \Rightarrow x^2-2x+1=0$	**2p**
	$x=1$, care convine	**3p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 9 moduri	**2p**
	Cum cifrele sunt distincte, pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 8 moduri, deci se pot forma $9\cdot 8=72$ de numere	**3p**
5.	Dreapta d intersectează axa $Ox \Rightarrow y=0$	**2p**
	$x-2=0 \Rightarrow x=2$	**3p**
6.	$AB^2+AC^2=100=BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ este dreptunghic în A	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\dfrac{6\cdot 8}{2}=24$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)*3=(-1)\cdot 3+(-1)+3=$	**3p**
	$=-3-1+3=-1$	**2p**
2.	$x*y=xy+x+y+1-1=$	**2p**
	$=x(y+1)+(y+1)-1=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*0=(x+1)(0+1)-1=x+1-1=x$, pentru orice număr real x	**3p**
	$0*x=(0+1)(x+1)-1=x+1-1=x$, pentru orice număr real x, deci $e=0$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**2p**
4.	$1*\left(-\dfrac{1}{2}\right)=(1+1)\left(-\dfrac{1}{2}+1\right)-1=2\cdot\dfrac{1}{2}-1=0$	**2p**
	$\left(-\dfrac{1}{2}\right)*1=\left(-\dfrac{1}{2}+1\right)(1+1)-1=\dfrac{1}{2}\cdot 2-1=0$, deci $-\dfrac{1}{2}$ este simetricul lui 1 în raport cu legea de compoziție „$*$”	**3p**
5.	$x*x=(x+1)^2-1$, $x*x*x=(x+1)^3-1$, unde x este număr real	**2p**
	$(x+1)^3-1=x \Leftrightarrow x(x+1)(x+2)=0 \Leftrightarrow x=-2$ sau $x=-1$ sau $x=0$	**3p**
6.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**2p**
	$(n+1)^2-1=3$ și, cum n este număr natural, obținem $n=1$, deci este 1 caz favorabil	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{1}{10}$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1$	**2p**
2.	$A(1)+A(5)=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-9 & 10\\ -15 & 16\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10 & 12\\ -18 & 20\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=2\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -9 & 10\end{pmatrix}=2A(3)$	**3p**
3.	$A(1)\cdot A(2)=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3 & 4\\ -6 & 7\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}-9 & 10\\ -15 & 16\end{pmatrix}=A(5)$	**3p**
4.	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1-2a & 2a\\ -3a & 1+3a\end{vmatrix}=(1-2a)(1+3a)-(-3a)2a=1+a$, unde a este număr real	**3p**
	Matricea $A(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det\left(A(a)\right)\neq 0$, deci $a\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	**2p**
5.	$A(a)\cdot A(-1)=\begin{pmatrix}1-2a & 2a\\ -3a & 1+3a\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & -2\\ 3 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 3 & -2\end{pmatrix}=A(-1)$, pentru orice număr real a	**3p**
	$A(-1)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 3 & -2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1-2a & 2a\\ -3a & 1+3a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 3 & -2\end{pmatrix}=A(-1)$, pentru orice număr real a	**2p**
6.	$\det\left(A\left(n^4\right)\right)=1+n^4$	**2p**
	$1+n^4<32\Leftrightarrow n^4<31$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$	**3p**