Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n\ge1}$, știind că $b_1=2$ și $b_3=8$.

5p **2.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(m,2m)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-6$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-10x+25}=5$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10%, urmată de o scumpire cu 10 lei, prețul unui obiect este 190 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,4)$ și $B(6,0)$. Determinați, în triunghiul AOB, ecuația medianei din vârful A.

5p **6.** Arătați că $2\sin 30°-\sin 90°=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2(xy+x+y)+1$.

5p **1.** Arătați că $(-1)\circ 1=-1$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=2(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Demonstrați că $e=-\dfrac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **5.** Determinați numerele reale x pentru care $(x-1)\circ(x+2)=-5$.

5p **6.** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n\circ(n-1)\le 11$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&1\\2&0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}3&1\\2&2\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătați că $\det A=-2$.

5p **2.** Calculați $\det(A+B)$.

5p **3.** Arătați că $A\cdot A=B$.

5p **4.** Determinați numerele reale a și b pentru care $aA+bB=\begin{pmatrix}5&3\\6&2\end{pmatrix}$.

5p **5.** Arătați că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X+A=B$, atunci matricea X este inversabilă.

5p **6.** Determinați valorile reale ale lui a pentru care $\det(A+B-aI_2)\le 0$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 6

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$b_2=4$	**2p**
	$S_3=b_1+b_2+b_3=2+4+8=14$	**3p**
2.	$f(m)=5m-6$	**2p**
	$5m-6=2m \Leftrightarrow m=2$	**3p**
3.	$x^2-10x+25=25 \Rightarrow x^2-10x=0$	**2p**
	$x=0$ sau $x=10$, care convin	**3p**
4.	$x-\frac{10}{100}\cdot x+10=190$, unde x este prețul inițial al obiectului	**3p**
	$x=200$ de lei	**2p**
5.	Punctul $M(3,0)$ este mijlocul segmentului OB	**2p**
	Ecuația medianei este $y=4x-12$	**3p**
6.	$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin 90^\circ=1 \Rightarrow 2\sin 30^\circ-\sin 90^\circ=2\cdot\frac{1}{2}-1=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 1=2\cdot\left((-1)\cdot 1+(-1)+1\right)+1=$	**3p**
	$=2\cdot(-1)+1=-1$	**2p**
2.	$x\circ y=2(xy+x+y)+1=2(yx+y+x)+1=$	**3p**
	$=y\circ x$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă	**2p**
3.	$x\circ y=2xy+2x+2y+2-1=$	**2p**
	$=2x(y+1)+2(y+1)-1=2(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$x\circ\left(-\frac{1}{2}\right)=2(x+1)\left(-\frac{1}{2}+1\right)-1=x+1-1=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\left(-\frac{1}{2}\right)\circ x=2\left(-\frac{1}{2}+1\right)(x+1)-1=x+1-1=x$, pentru orice număr real x, deci $e=-\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
5.	$2(x-1+1)(x+2+1)-1=-5 \Leftrightarrow x^2+3x+2=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=-1$	**2p**
6.	$2(n+1)(n-1+1)-1\le 11 \Leftrightarrow n^2+n-6\le 0$	**2p**
	$n\in[-3,2]$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-2\cdot 1=$	**3p**
	$=0-2=-2$	**2p**
2.	$A+B=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 4 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det\left(A+B\right)=\begin{vmatrix}4 & 2\\ 4 & 2\end{vmatrix}=0$	**2p**
3.	$A\cdot A=\begin{pmatrix}1\cdot 1+1\cdot 2 & 1\cdot 1+1\cdot 0\\ 2\cdot 1+0\cdot 2 & 2\cdot 1+0\cdot 0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}=B$	**2p**
4.	$aA+bB=\begin{pmatrix}a & a\\ 2a & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3b & b\\ 2b & 2b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+3b & a+b\\ 2a+2b & 2b\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}a+3b & a+b\\ 2a+2b & 2b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 6 & 2\end{pmatrix}$, de unde obținem $a=2$ și $b=1$	**3p**
5.	$X=B-A\Rightarrow X=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$\det X=\begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{vmatrix}=4\neq 0$, deci matricea X este inversabilă	**2p**
6.	$A+B-aI_2=\begin{pmatrix}4-a & 2\\ 4 & 2-a\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A+B-aI_2\right)=a^2-6a$	**3p**
	$a^2-6a\le 0\Leftrightarrow a\in\left[0,6\right]$	**2p**