

Arătați că există numerele naturale nenule: a, b, c și d , distincte două câte două astfel încât: $158^{1001} = a^4 - b^4 - c^4 - d^4$.

Problemă pentru clasele V-VI

Prof. Valer Pop

Soluție

Să observăm că $158 = 4^4 - 3^4 - 2^4 - 1^4 = 256 - 81 - 16 - 1$

Putem scrie: $158^{1001} = 158^{1000} \cdot 158 = 158^{1000}(4^4 - 3^4 - 2^4 - 1^4) =$

$4^4 \cdot 158^{4 \cdot 250} - 3^4 \cdot 158^{4 \cdot 250} - 2^4 \cdot 158^{4 \cdot 250} - 1 \cdot 158^{4 \cdot 250} =$

$(4 \cdot 158^{250})^4 - (3 \cdot 158^{250})^4 - (2 \cdot 158^{250})^4 - (1 \cdot 158^{250})^4$.

Din ultima formă de scriere deducem că: $a = 4 \cdot 158^{250}$, $b = 3 \cdot 158^{250}$,
 $c = 2 \cdot 158^{250}$ și $d = 158^{250}$