

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Simulare județeană

Matematică *M_mate-info* Clasa a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Ordonăți crescător numerele: $a = 125^{\frac{1}{3}}$, $b = \log_{\frac{1}{5}} 625$ și $c = \sqrt[5]{(-2)^5}$.
- 5p 2. Scrieți o ecuație de gradul al doilea cu coeficienți reali care are soluțiile: $x_1 = -2 + 8i$ și $x_2 = -2 - 8i$.
- 5p 3. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația: $2 \cdot 7^{2x} - 5 \cdot 7^x + 2 = 0$.
- 5p 4. Determinați numărul funcțiilor $f : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ cu proprietatea $f(1) = f(3) = f(4)$.
- 5p 5. Aflați $a \in \mathbb{R}$ pentru care punctul $A\left(\frac{2a}{3}; -a + 1\right)$ aparține dreptei de ecuație $d : 6x - y - 1 = 0$.
- 5p 6. Aflați raza cercului înscris într-un triunghi cu laturile de lungime 7, 8, respectiv 9.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}$, cu $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Determinați $A^{2019}(0)$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Aflați $x \in (0, \pi)$ pentru care $[A(x)]^{10} = I_2$.
2. Fie polinomul $f = X^3 - 4X^2 - 5X + 8$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 .
- 5p a) Determinați rădăcina întregă a polinomului f .
- 5p b) Calculați $\frac{1}{x_2 x_3} + \frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_3 x_1}$.
- 5p c) Verificați dacă $(4 + x_1)(4 + x_2)(4 + x_3) = 100$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x + \cos x, & x \leq 0 \\ \frac{5^x - 1}{x \cdot \ln 5}, & x > 0 \end{cases}$.
- 5p a) Studiați continuitatea funcției f în $x_0 = 0$.
- 5p b) Arătați că funcția nu are asimptote spre $-\infty$.
- 5p c) Arătați că ecuația $f(x) = 0$ are soluție unică în intervalul $[-\pi; 0]$.
2. Se consideră șirul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^{2019} + 1} dx$, $n \in \mathbb{N}^*$.
- 5p a) Calculați I_{2018} .
- 5p b) Arătați că $I_{n+2019} + I_n = \frac{1}{n+1}$.
- 5p c) Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.