

BAREM DE CORECTARE SI NOTARE

CLASA a VIII-a

SUBIECTUL I

1	57	5p
2	$\frac{9}{10}$	5p
3	$(-3; 5]$	5p
4	24	5p
5	$25\sqrt{3}$	5p
6	20	5p

(30 de puncte)

SUBIECTULal II-lea

1	Desenează trunchiul de con	4p
	Notează trunchiul de con	1p
2	$\overline{xyz} = \overline{ab} \cdot q + 97, 97 < \overline{ab}$	1p
	$97 < \overline{ab} \Rightarrow \overline{ab} \in \{98, 99\}$	1p
	\overline{ab} are cifre distincte $\Rightarrow \overline{ab} = 98$	1p
	$\overline{xyz} = 98 \cdot q + 97, q \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$	1p
	$\Rightarrow \overline{xyz} \in \{195, 293, 391, \dots, 979\}$	1p
3	$\frac{x+y+z}{3} = 490 \Rightarrow x + y + z = 1470$	2p
	$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{3+4+7} = \frac{1470}{14} = 105$	2p
	$x=315, y=420, z=735$	1p
4	a) Determină două puncte de pe grafic	3p
	Reprezintă grafic funcția	2p
	b) Fie A(0,4) și B(4,0) punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate. Cu reciproca Teoremei lui Pitagora, ΔABC este dreptunghic în A	2p
	Distanța de la C la graficul funcției este $AC=4\sqrt{2}$	3p
5	$E(x) = \frac{4}{x+3}$	3p
	$(n+3)E(n) = (n+3) \cdot \frac{4}{n+3} = 4 = 2^2$ este p.p.	2p

(30 de puncte)

SUBIECTULal III-lea

1	a) BC= 10 cm	3p
	P=6+8+10= 24 cm	2p
	b) Fie $AB \cap MN = \{O\}$. [OM] linie mijlocie în $\Delta ABC \Rightarrow AO=OB$	1p
	$AO=OB$ și $MO=ON \Rightarrow AMBN$ paralelogram	2p
	Din AMBN paralelogram și $AB \perp MN \Rightarrow AMBN$ romb	2p

	c) ACMN paralelogram [AM], [CN] diagonale $\Rightarrow AP=PM$	3p 2p
2	a) ΔMBD echilateral de latură $10\sqrt{2}$ $P=3 \cdot 10\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$ b) ΔMBD echilateral și [MO] mediană, unde $AC \cap BD = \{O\}$ \Rightarrow [MO] înălțime $\Rightarrow MO \perp BD$ c) De aceeași parte a planului (ABC) cu punctul M construim $DQ \perp (ABC)$, $DQ=AP$. $CQ \parallel BP \Rightarrow m\angle(BP, AC) = m\angle(CQ, AC) = m\angle(ACQ)$ $\sin \angle(ACQ) = \sqrt{\frac{3}{5}}$	3p 2p 3p 2p 3p 2p

(30 de puncte)

SUBIECTUL IV-lea

1. Aflați ultimele 674 cifre ale numărului $A = \left[\frac{10^{2019}}{10^{673}+3} \right]$, unde [a] reprezintă partea întreagă a numărului real a.

Nicolae Tomescu, Corabia și Lucian Tuțescu, Craiova

(10 de puncte)

Soluție:

$$\text{Avem: } \frac{10^{2019}}{10^{673}+3} = \frac{(10^{673})^3 + 3^3 - 3^3}{10^{673}+3} = \frac{(10^{673}+3)(10^{2 \cdot 673} - 3 \cdot 10^{673} + 3^2) - 3^3}{10^{673}+3} = 10^{1346} - 3 \cdot 10^{673} + 9 - \frac{27}{10^{673}+3} \quad (5p)$$

$$\text{Obținem că } A = 10^{1346} - 3 \cdot 10^{673} + 9 + \left[\frac{-27}{10^{673}+3} \right] \quad (1p)$$

$$\text{Cum: } -1 < \frac{-27}{10^{673}+3} < 0 \Rightarrow \left[\frac{-27}{10^{673}+3} \right] = -1 \quad (1p)$$

$$\text{De unde: } A = 10^{1346} - 3 \cdot 10^{673} + 8 = 10^{673}(10^{673} - 3) + 8 = \underbrace{99 \dots 9700 \dots 0}_{672} \underbrace{8}_{672}$$

Deci ultimele 674 de cifre sunt : $\underbrace{700 \dots 08}_{672}$ (3p)

$$2. \text{ Să se calculeze suma: } s = \frac{1^2+1+1}{2^5-1^5-1} + \frac{2^2+2+1}{3^5-2^5-1} + \dots + \frac{100^2+100+1}{101^5-100^5-1}$$

Marian Cucoaneș, Mărășești

(10 de puncte)

Soluție:

$$\text{Pentru orice } k \in \mathbb{N}^* \text{ avem: } \frac{k^2+k+1}{(k+1)^5-k^5-1} = \frac{1}{5k(k+1)} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \quad (6p)$$

$$\text{Atunci : } S = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{101} \right) = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{101} \right) = \frac{20}{101} \quad (4p)$$