BAREM DE CORECTARE SI NOTARE

CLASA a VII-a

1.Comparaţi numerele a şi b, ştiind că: $a^2 = \sqrt{46 - 10\sqrt{21}}$ şi b = $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Gazeta Matematică

<u>Soluţie:</u>

Dacă a≤0, atunci a<b, deoarece b>0 (1p)

Dacă a>0, atunci :$a^2 = \sqrt{\left(5 - \sqrt{21}\right)^2} = 5 - \sqrt{21} = \left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2$, (3p)

De unde a = $\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ = b (3p)

2.Arătaţi că există o infinitate de numere întregi x,y,z astfel încât $x^2+y^2+z^2 - xy - yz - zx = 3$.

Dan Grigorie, Craiova

<u>Soluţie:</u>

Înmulţim relaţia din enunţ cu 2 şi obţinem $2x^2+2y^2+2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 6$ (1p)

De unde :$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 6$ (3p)

Luăm x=k, y=k+1, z=k+2 , k∈ ℕ care verifică relaţia din enunţ.Deci ecuaţia are o infinitate de soluţii. (3p).

3. Fie E mijlocul laturii (BC) a pătratului ABCD cu latura AB = 12 cm.Perpendiculara dusă în A pe AE intersectează dreapta BD în F.Calculați perimetrul triunghiului ANF, unde AE∩BD={N}.

Carmen Firicescu, Corabia

<u>Soluţie:</u>

Fie M – mijlocul (AB)

ΔADM≡ΔBAE (C.C) ⇒ m(∠ADM) = m(∠BAE) și m(∠AMD) = m(∠BEA) (1p)

Notăm m(∠BAE) = x şi AE∩DM = $\{P\}$.Din ΔAPD cu m(∠ADP) = x şi m(∠DAP) = 90^0 – x obţinem că m(∠APD) = 90^0 ⇒ DM ⊥ AE (1p)

DM ⊥ AE şi AF ⊥ AE ⇒ DM ∥ AF (1p)

DM ∥ AF și M mijlocul lui (AB) $\Rightarrow$ [DM] linie mijlocie în ΔABF (1p)

Din ΔADM $\Rightarrow$ DM $=6\sqrt{5}$ cm $\Rightarrow$AF $=12\sqrt{5}$ cm (1p)

Cum BD $=12\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow$ BF $=12\sqrt{2}$ cm.Din asemănarea triunghiurilor AND și ENB avem AN = $4\sqrt{5}$ cm și BN$=4\sqrt{2}$ cm $\Rightarrow$ FN = $20\sqrt{2}$ cm (1p)

Perimetrul ΔANF va fi: $4(4\sqrt{5} + 5\sqrt{2})$ cm (1p)

4.Fie ABCDE un pentagon convex și punctele P∈(DE) și Q∈(CD) astfel încât $\frac{PE}{PD} = \frac{QC}{QD} = 2$. Dacă M și N sunt centrele de greutate ale triunghiurilor ABC și ABE să se arate că patrulaterul MNPQ este paralelogram.

Traian Tămâian, Carei și Marian Cucoaneș, Mărășești

<u>Soluție:</u>

Notam cu R mijlocul segmentului (AB).Cum M este centrul de greutate al ΔABC $\Rightarrow$ M∈(CR) și $\frac{CM}{RM}=2$ (1p)

Cum R este mijlocul segmentului (AB) și N este centrul de greutate al ΔABE $\Rightarrow$ N∈(ER) și $\frac{EN}{RN}=2$ (1p)

În ΔREC avem : N∈(RE) și N∈(RC) și $\frac{CM}{RM} = \frac{EN}{RN} = 2$ de unde cu reciproca teoremei lui Thales avem MN ∥ CE (1p)

În ΔDEC avem : P∈(DE) și Q∈(DC) și $\frac{PE}{PD} = \frac{QC}{QD} = 2$ de unde cu reciproca teoremei lui Thales avem QP ∥ CE (2p)

Din (1) și (2) $\Rightarrow$ MN ∥ QP (3) (1p)

În ΔCRD avem : M∈(CR) și Q∈(CD) și $\frac{CM}{RM} = \frac{CQ}{DQ} = 2$ de unde cu reciproca teoremei lui Thales avem MQ ∥ RD (4) (1p)

În ΔRED avem : N∈(ER) și P∈(ED) și $\frac{EN}{RN} = \frac{EP}{DP} = 2$ de unde cu reciproca teoremei lui Thales avem NP ∥ RD (5) (1p)

Din (4) și (5) $\Rightarrow$ QM ∥ NP (6)

Din (3) și (6) $\Rightarrow$ M NPQ paralelogram.