ISJ VÂLCEA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 14. 02. 2009 -
CLASA a V-a

1. Determinați cifrele *a, b, c* astfel încât :

$$\overline{abc2} + 3 \cdot \overline{abc} = \overline{4abc} + 1234$$

(**Valer Pop**, Șanț, Bistrița- Năsăud, ***Gazeta Matematică***)

2. Fie *a* =12345678910111213…….2009, numărul obținut prin alăturarea cifrelor numerelor 1, 2, 3,………,2009.

a) Câte cifre are numărul *a* ?

b) Aranjăm numerele 1, 2,3,…….,2009 astfel:

1 $\longrightarrow$		5;6;7;8;9;		21;22,23;24;25;			37;38;…
2 $\longrightarrow$	4		10;	20;	26;	36	
3 $\longrightarrow$	3		11;	19;	27;	35;	
4 $\longrightarrow$	2		12;	18;	28,	34;	
5 $\longrightarrow$	1		13;14;15;16;17		29;30;31;32;33:		

Pe care linie se află 2009 ? Justificați!

(**Ştefan Smărăndoiu**, Râmnicu Vâlcea)

3. Pe un ecran este scris numărul 34. După fiecare minut, în locul numărului inițial, se scrie un număr cu 18 mai mare decât produsul cifrelor sale.

a) Ce număr va fi scris, pe ecran, după 2 minute ?

b) Ce număr va fi scris, pe ecran, după 2009 minute ? Justificați !

(**Cristina Drăgan**, Râmnicu Vâlcea)

4. Demonstrați că pentru orice 37 de numere naturale, nenule putem găsi 7 numere cu suma divizibilă cu 7.

(**Constantin Bărăscu**, Râmnicu Vâlcea)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

SUCCES !

ISJ VÂLCEA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 14. 02. 2009 -
CLASA a VI-a

1 Determinați mulțimea:

$$A=\left\{\overline{abc} \mid 13a-6b-3c=0\right\}$$

(**Damian Marinescu**, Târgoviște, ***Gazeta Matematică***)

2. Determinați numerele naturale de patru cifre a căror descompunere în factori primi este $x^y \cdot \overline{xy} \cdot \overline{yx}$.

(**Gheorghe Radu**, Râmnicu Vâlcea)

3. Se consideră şirul următor de numere naturale: $1^1, 1^2, 1^3, \dots, 1^9, 2^1, 2^2, \dots, 2^9, 3^1, \dots, 9^9$.

a) Să se compare valorile termenilor al 15 – lea, al 30 – lea şi al 65 – lea.

b) Să se determine numărul de valori diferite pe care le pot lua termenii şirului din enunț.

c) Să se arate că suma valorilor diferite, pe care le iau termenii şirului, nu este pătrat perfect.

(**Gabriel Vrînceanu**, Bucureşti)

4. Fie $\widehat{AOB}$ şi $\widehat{BOC}$ unghiuri neadiacente suplementare,astfel încât $m(\widehat{AOB})$ şi $m(\widehat{BOC})$ sunt direct proporționale cu 11 şi respectiv 7. În semiplanul opus cu [*AO, B* se ia punctul *D* astfel încât $OD \perp OA$. Fie $OE \perp OC$. Să se afle măsurile unghiurilor *DOC* şi *EOB* .

(**Ştefan Smărăndoiu**, Râmnicu Vâlcea)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

SUCCES !

ISJ VÂLCEA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 14. 02. 2009 -
CLASA a VII-a

1. Aflați numerele întregi *x, y, z* ştiind că :

$$x^2 - x + |y+2| + (z^2 - 4)^2 \leq 0 .$$

(**Vasile Predan**, Curtea de Argeş, ***Gazeta Matematică***)

2. Fie A = $\left\{ \frac{a}{2009} ; \frac{\overline{aa}}{2009} ; \frac{\overline{aaa}}{2009} ; \frac{\overline{aaaa}}{2009} ; \ldots \ \middle| \ a \text{ e cifră nenulă} \right\}$

Demonstrați că A şi **N** nu sunt mulțimi disjuncte.

(**Constantin Bărăscu**, Râmnicu Vâlcea)

3. Se dă triunghiul *ABC* cu măsura unghiului *BAC* de 120^0 şi $AB = 2 \cdot AC = 2a$.

Fie *D* simetricul punctului *A* față de mediana [*CM*], unde $M \in [AB]$.

a) Demonstrați că patrulaterul *ACDM* este romb.

b) Calculați perimetrul triunghiului *DON,* unde *O* este mijlocul segmentului [*CM*],

iar $\{N\} = BC \cap DM$.

c) Determinați cât la sută reprezintă aria triunghiului *BCM* din aria patrulaterului *ABDC.*

(**Gheorghe Radu**, Râmnicu Vâlcea)

4. Un elev scrie pe tablă numerele 256; 6561; 390625 .

Pasul 1 : Şterge cele trei numere şi în locul fiecăruia scrie media geometrică a celorlalte două numere;

Pasul al 2-lea :Aplică pasul 1 pentru numerele obținute .

....

Pasul al *n*-lea :Aplică pasul 1 pentru numerele obținute la pasul anterior .

a) Ce numere a scris elevul pe tablă după primul pas ?

b) Este posibil, ca după un număr finit de paşi, să scrie pe tablă numerele 3000; 2009; 7175 ? Justificați !

(**Ştefan Smărăndoiu**, Râmnicu Vâlcea)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

SUCCES !

ISJ VÂLCEA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 14. 02. 2009 -
CLASA a VIII-a

1. a) Demonstrați că ecuația $(x+1)(x+2)=y(y+2)$ nu are soluții în $\mathbf{N}\times\mathbf{N}$.

b) Demonstrați că ecuația $(x+1)(x+2)=(y+2)(y+3)$ are o infinitate de soluții în $\mathbf{N}\times\mathbf{N}$.

(**Damian Marinescu**, Târgovişte, ***Gazeta Matematică***)

2. a) Demonstrați că oricare ar fi $x, y, z \in \mathbf{R}$, avem :

$$(x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx) \ ;$$

b) Fie a, b, c trei numere reale, strict pozitive, astfel încât $a+b+c \geq \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

Să se demonstreze că : $ab+bc+ca \geq 3$.

(**Cezar Lupu**, student, Bucureşti)

3. Fie punctul P interior unghiului XOY şi $PM \perp OX$; $PN \perp OY$ cu $PM = 3\sqrt{2}$ cm, $PN = 1$ cm, unde $M \in (OX$; $N \in (OY$. Dacă dreapta QP este perpendiculară pe planul (XOY) şi $PQ = 5\sqrt{2}$ cm, demonstrați că : măsura unghiului $XOY = 45^0 \Leftrightarrow$ măsura unghiului $(OQ, (XOY)) = 45^0$.

(**Constantin Bărăscu**, Râmnicu Vâlcea)

4. Se consideră un cub $ABCDA'B'C'D'$. În fiecare din vârfurile A, B, D şi A' se înscrie numărul 1, iar în ficare din vârfurile C, C', B' şi D' se înscrie numărul 0. Numim *operație* faptul că mărim sau micşorăm cu acelaşi număr numerele de pe aceeaşi muchie. Este posibil ca după un număr finit de *operații* să obținem în fiecare vârf numărul 2009?

(**Marius Perianu**, Slatina)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

SUCCES !