INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT
LICEUL ,,ȘTEFAN DIACONESCU" POTCOAVA

Concursul de Matematică ,,MARINESCU–GHEMECI OCTAVIAN"
Ediția a VIII-a, 11 mai 2019

Clasa a VII-a

1. Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ astfel încât fracția $\dfrac{3}{n^3 - 1}$ este reductibilă. Arătați că $\dfrac{n^3+8}{9} \in \mathbb{N}$.

Costel Anghel, Slatina și *Florea Badea*, Scornicești

2. (a) Rezolvați în $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ecuația $x^2 - y^2 = 4039$.

   (b) Demonstrați că oricum am alege 2019 pătrate perfecte, există două a căror diferență este divizibilă cu 4039.

Stelian-Corneliu Andronescu și *Costel Bălcău*, Pitești

3. Fie segmentul $[AB]$ și punctul $C \in (AB)$ astfel încât $AC > BC$. De aceeași parte a dreptei AB se construiesc pătratele $ACDE$ și $BCFG$. Fie $AG \cap CD = \{M\}$.

   (a) Arătați că punctele E, M, B sunt coliniare.

   (b) Dacă $DG \parallel BE$ și $AB = 3 + \sqrt{5}$ cm, calculați lungimea segmentului $[BC]$.

Costel Anghel, Slatina și *Florea Badea*, Scornicești

4. Fie numerele reale $a_1, a_2, \ldots, a_n$ având suma egală cu $\dfrac{n(n+1)}{2}$. Dacă

$$\sqrt{(a_1+1)^2+(a_2+2)^2}+\sqrt{(a_2+2)^2+(a_3+3)^2}+\ldots+\sqrt{(a_n+n)^2+(a_1+1)^2} \leq n(n+1)\sqrt{2},$$

să se arate că

$$a_1 - 1 + 2\left(a_2 - \frac{3}{2}\right) + \ldots + n\left(a_n - \frac{n+1}{2}\right) = 0.$$

Sorin Ulmeanu și *Costel Bălcău*, Pitești, RMGO nr. 1/2018

***Notă*: Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte. Timp de lucru: 3 ore.**