

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT
LICEUL „ȘTEFAN DIACONESCU” POTCOAVA

**Concursul de Matematică „MARINESCU–GHEMECI OCTAVIAN”
Ediția a VIII-a, 11 mai 2019**

Clasa a IX-a

1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

(a) $|x - 1| + |x - 2| = x$;

(b) $|x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 2019| = x$.

2. Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - x - 3 = 0$. Notăm $S_n = x_1^n + x_2^n$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

(a) Arătați că $S_3 = S_2 + 3S_1$.

(b) Demonstrați că există $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $S_n \geq 2019$.

(c) Demonstrați că nu există $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $S_n = 2019$.

3. Calculați

$$[\sin 2019^\circ] + [\cos 2019^\circ] + [\operatorname{tg} 2019^\circ] + [\operatorname{ctg} 2019^\circ],$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

4. Dorel are 110 centimetri de sârmă din care dorește să construiască un triunghi echilateral și un pătrat astfel încât aria totală a acestora să fie cât mai mică. Cele două figuri nu au porțiuni comune, iar sârma trebuie să fie utilizată în totalitate.

(a) Comparați ariile totale obținute în următoarele două variante particulare:

V1) latura triunghiului este de 18 cm;

V2) latura triunghiului este de 22 cm.

(b) Determinați lungimile laturilor triunghiului și pătratului pentru care aria totală este minimă.

(c) Rezolvați aceeași cerință ca la punctul anterior, în ipoteza suplimentară că ambele figuri au laturile exprimate prin numere întregi de centimetri.

*Stelian-Corneliu Andronescu, Pitești, Costel Bălcău, Pitești și
Leonard Mihai Giugiuc, Drobeta Turnu Severin*

Notă: Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte. Timp de lucru: 3 ore.