INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT
LICEUL ,,ȘTEFAN DIACONESCU" POTCOAVA

Concursul de Matematică ,,MARINESCU–GHEMECI OCTAVIAN"
Ediția a VIII-a, 11 mai 2019

Clasa a X-a

1. În mulțimea numerelor reale se consideră ecuația $\sqrt[3]{x+30} + \sqrt[3]{31-x} = m$, unde m este un parametru real.

   (a) Rezolvați ecuația pentru $m = 1$.

   (b) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația are soluție unică.

2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, definim numărul $a_n = \log_{2^3} 3^2 \cdot \log_{3^4} 4^3 \cdot \ldots \cdot \log_{n^{n+1}} (n+1)^n$.

   (a) Arătați că $a_3 = 1$.

   (b) Arătați că numărul a_{2019} este irațional și calculați primele două cifre după virgulă din scrierea sub formă de fracție zecimală infinită a acestui număr.

3. (a) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe ecuația $(z+i)^2 = \overline{z} - i$.

   (b) Determinați câte soluții complexe are ecuația $(z+i)^{2019} = \overline{z} - i$.

4. Profesorul de sport al unei clase dorește să organizeze o sesiune de șah astfel încât fiecare dintre cei n elevi ai clasei să joace exact câte k partide, unde n și k sunt numere naturale nenule, $n > k$. Între oricare doi elevi nu se poate disputa mai mult de o partidă.

   (a) Este posibilă organizarea unei astfel de sesiuni pentru $n = 21$ și $k = 2$?

   (b) Dar pentru $n = 21$ și $k = 3$?

   (c) Pentru n fixat, determinați valorile lui k pentru care se poate organiza o astfel de sesiune.

Stelian-Corneliu Andronescu, Pitești, *Costel Bălcău*, Pitești și
Leonard Mihai Giugiuc, Drobeta Turnu Severin

***Notă*: Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte. Timp de lucru: 3 ore.**