

SIMULARE BACALAUREAT-M1-mai 2019Subiectul I (30 puncte)

- 1) Determinati modulul numerelor complexe ce verifică ecuația  $X^2 + (1+i)X + i = 0$
- 2) Determinati  $m \in \mathbb{R}$  stiind că parabola asociată funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + mx - 3 + m$  are axa de simetrie dreapta  $X = 2$
- 3) Rezolvăți ecuația  $\log_2 x + \log_4 x = \log_{16} \left(\frac{1}{8}\right)$
- 4) Calculați probabilitatea ca alegeră un număr de trei cifre distincte și această să aibă suma cifrelor egală cu 6.
- 5) Fie  $A(-2,4), B(6,-4)$  și  $C(1,3)$ . Calculați lungimea medianei duse din vârful  $C$  al triunghiului  $ABC$ .
- 6) Demonstrați că  $\sin X - \cos X \leq \sqrt{2}$  pentru orice număr real  $X$

Subiectul II (30 puncte)

- 1) Fie matricea  $D(a,b,c) = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$  unde  $a, b, c$  sunt numere reale
  - Calculați  $\det(D(0, -1, 1))$
  - Demonstrați că determinantul matricei  $D(a,b,c)$  este un număr divizibil cu 2 pentru oricare  $a, b, c$  numere naturale
  - Aflați  $c$  stiind că rangul matricei  $D(1, -1, c)$  este 2.

- 2) Fie  $x_1, x_2, x_3$  radacinile polinomului  $f = X^3 + 5X^2 + 13X + m$ , unde  $m$  este număr real.

a) Demonstrați că polinomul  $f$  nu poate avea toate radacinile reale.

b) Aflați parametrul real  $m$  stiind că restul împărțirii lui  $f$  la  $X+1$  este 2.

c) Determinați  $m$  stiind că  $x_1 + x_2 = 4x_3$

Subiectul III (30 puncte)

- 1) Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + x + 1}$



a) Calculați  $f'(x)$    b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul în care graficul funcției intersectează axa ordonatelor   c) Demonstrați că  $f$  are un singur punct de extrem

- 2) Se consideră sirul de integrale  $I_n = \int_0^1 x^n \frac{1}{x^2 + 1} dx$    a) Calculați  $I_1$

b) Demonstrați că  $I_n + I_{n-2} = \frac{1}{n-1}$

c) Calculați limita sirului  $I_n$