Fie a, b ,c numere reale pozitive. Demonstraţi că $\frac{a+b+c}{\sqrt{a+b+c}} \geq \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}{2}$.

Clasele VII-VIII
Valer Pop

<u>Soluţie</u>

Se folosește inegalitatea mediilor: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ pentru numerele reale pozitive a și b

Conform inegalităţii mediilor avem: $\sqrt{a(a+b+c)} \leq \frac{(a+a+b+c)}{2} = \frac{2a+b+c}{2}$; $\sqrt{b(a+b+c)} \leq \frac{a+2b+c}{2}$; $\sqrt{c(a+b+c)} \leq \frac{a+b+2c}{2}$. Adunând aceste inegalităţi membru cu membru obţinem: $\sqrt{a(a+b+c)}+\sqrt{b(a+b+c)}+\sqrt{c(a+b+c)} \leq \frac{4(a+b+c)}{2} = 2(a+b+c)$ de unde $\sqrt{(a+b+c)}(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}) \leq 2(a+b+c)$ după care $\frac{a+b+c}{\sqrt{a+b+c}} \geq \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}{2}$.