

## FIȘĂ PREGĂTIRE nr.1

### Problema 1 -OJM 2019

**Problema 1.** În jurul punctului  $O$  se consideră unghiurile  $\widehat{A_0OA_1} = 1^\circ$ ,  $\widehat{A_1OA_2} = 2^\circ$ ,  $\widehat{A_2OA_3} = 3^\circ, \dots, \widehat{A_{25}OA_{26}} = 26^\circ$  și  $\widehat{A_{26}OA_0}$ .

a) Determinați măsura unghiului  $\widehat{A_{26}OA_0}$ .

b) Pentru câte valori ale numărului natural  $n$ ,  $1 \leq n \leq 25$ , avem  $\widehat{A_0OA_n} > \widehat{A_0OA_{n+1}}$ ?

*Gazeta Matematică*

Problema 2 – CONCURS SFERA 2019

Fie segmentul  $[AB]$  de lungime 2019 m și punctele  $M, N \in (AB)$  cu  $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{4}, \frac{NA}{NB} = \frac{8}{7}$ .

Lungimea segmentului  $[MN]$  este:

- a) 674                      b) 671                      c) 673                      d) 672

Problema 3 – CONCURS SFERA 2019

În triunghiul ABC, măsura unghiului B este media aritmetică a măsurilor unghiurilor din

A și C. Măsura unghiului B este egală cu:

a)  $30^{\circ}$

b)  $60^{\circ}$

c)  $90^{\circ}$

d)  $45^{\circ}$ ;

Problema 4 – OLM COVASNA 2019

- Fie  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$ ,  $\sphericalangle DOE$  și  $\sphericalangle EOA$  cinci unghiuri în jurul unui punct astfel încât punctele  $A$ ,  $O$ , și  $D$  sunt coliniare, semidreapta  $[OC$  este bisectoarea unghiului  $BOD$ , și măsura unghiului  $AOB$  este egală cu 40% din măsura unghiului  $BOC$ . Dacă  $OC \perp OE$ , determinați măsura unghiului  $AOE$ .

Problema 5 – OLM COVASNA 2019

Fie  $A, B, C, D$  și  $E$  cinci puncte coliniare în această ordine. Știind că  $AB = 4 \cdot BC$ ,  $C$  este mijlocul segmentului  $[AD]$ ,  $DE = 3 \cdot BC$  și  $AE = 9,1$  cm, calculați:

- a) lungimile segmentelor  $BC, AB, AD$ .
- b) distanța dintre mijloacele segmentelor  $AC$  și  $BE$ .

BAREM Problema 1 -OJM 2019

*Soluție.* a)  $\widehat{A_{26}OA_0} = 360^\circ - (\widehat{A_0OA_1} + \widehat{A_1OA_2} + \dots + \widehat{A_{25}OA_{26}})$ ..... **1p**  
 $\widehat{A_0OA_1} + \widehat{A_1OA_2} + \dots + \widehat{A_{25}OA_{26}} = 1^\circ + 2^\circ + \dots + 26^\circ = 351^\circ$ ;  $\widehat{A_{26}OA_0} = 9^\circ$  .... **2p**  
 b) Fie  $S_n = \widehat{A_0OA_1} + \widehat{A_1OA_2} + \dots + \widehat{A_{n-1}OA_n}$ . Relația dată este adevărată atunci când  $S_n \geq 180^\circ$ , precum și când  $S_n \leq 180^\circ \leq S_{n+1}$ , iar  $360^\circ - S_{n+1} < S_n$ ..... **2p**  
 În primul caz obținem  $\frac{n(n+1)}{2} \geq 180$ , de unde  $n \geq 19$ , deci  $n \in \{19, 20, \dots, 25\}$  .... **1p**  
 În al doilea caz obținem  $\frac{n(n+1)}{2} \leq 180 \leq \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ , de unde  $n = 18$ , care verifică și ultima condiție. În final,  $n \in \{18, 19, 20, \dots, 25\}$ ..... **1p**

BAREM Problema 2 – CONCURS SFERA 2019

C)

BAREM Problema 3 – CONCURS SFERA 2019


B)

BAREM Problema 4 – OLM COVASNA 2019

Din oficiu	<b>1p</b>
	<b>2p</b>

$m(\sphericalangle AOB) = \frac{40}{100} \cdot m(\sphericalangle BOC) = \frac{2}{5} \cdot m(\sphericalangle BOC)$	<b>1p</b>
$A, O, D$ coliniare $\Rightarrow m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle COD) = 180^\circ$	<b>1p</b>
$\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle COD \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle BOC) + m(\sphericalangle BOC) = 180^\circ \Rightarrow$ $m(\sphericalangle BOC) = 75^\circ = m(\sphericalangle COD)$	<b>2p</b>
$OC \perp OE \Rightarrow m(\sphericalangle EOD) = 90^\circ - m(\sphericalangle COD) = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$	<b>1p</b>
$m(\sphericalangle AOE) = 180^\circ - m(\sphericalangle EOD) = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$	<b>2p</b>

BAREM Problema 5 – OLM COVASNA 2019

Din oficiu	1p
	1p
a) Notăm $BC = x \Rightarrow AB = 4x, DE = 3x$ $CD = AC = 4x + x = 5x$	1p (4x0,25)
$AB + BC + CD + DE = AE \Rightarrow 4x + x + 5x + 3x = 9,1 \Rightarrow x = 0,7 \Rightarrow BC = 0,7 \text{ cm}$	2p
$AB = 2,8 \text{ cm}, AD = 7 \text{ cm}.$	1p
b) Notăm cu $M$ și $N$ mijloacele segmentelor $AC$ , respectiv $BE$	
$AC = 5x = 5 \cdot 0,7 = 3,5 \Rightarrow AM = MC = 3,5 : 2 = 1,75$	1p
$BE = 9x = 9 \cdot 0,7 = 6,3 \Rightarrow BN = NE = 6,3 : 2 = 3,15$	1p
$MB = AB - AM = 2,8 - 1,75 = 1,05$	1p
$MN = MB + BN \Rightarrow MN = 1,05 + 3,15 \Rightarrow MN = 4,2 \text{ cm}.$	1p