Demonstrați că $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}+\sqrt{3}>6$.

Clasele VII-VIII
Valer Pop

Soluție:

Se folosește inegalitatea $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ pentru orice a și b numere reale pozitive, (egalitatea are loc pentru $a=b$).

Membrul I al inegalității se mai poate scrie: $\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}+\sqrt{3}=$

$(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{1})+(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}})+(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{1})>2+2+2=6$. Deci

$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}+\sqrt{3}>6$.