

Calculați suma  $S = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50 \cdot 51}$ .

Clasa a VIII-a  
Valer Pop

Soluție:

Se observă că  $\frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x}{x(x+1)} = \frac{x+1-x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x-1)(x+1)}$ .

Folosind formula de mai sus putem scrie:  $\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3}$ ,  $\frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4}$ , etc.

Deci  $2S = \frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{49 \cdot 50 \cdot 51} = \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots +$

$\frac{1}{49 \cdot 50} - \frac{1}{50 \cdot 51} = \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{50 \cdot 51} = \frac{1274}{2550}$ . Rezultă că  $S = \frac{1274}{2550} : 2 = \frac{637}{2550}$ .