Inegalitate

Demonstrați că $\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{12}}{7}+\frac{\sqrt{30}}{11}+\frac{\sqrt{56}}{15}<2$

Clasele VII-VIII

Valer Pop

<u>Soluție</u>

Se folosește inegalitatea mediilor $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ scrisă sub forma $\frac{\sqrt{ab}}{a+b}\leq\frac{1}{2}$, (egalitatea având loc în cazul $a=b$) . Conform acestei forme a inegalității putem scrie:

$\frac{\sqrt{2}}{3}<\frac{\sqrt{1\cdot 2}}{1+2}<\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{12}}{7}=\frac{\sqrt{3\cdot 4}}{3+4}<\frac{1}{2}$; $\frac{\sqrt{30}}{11}=\frac{\sqrt{5\cdot 6}}{5+6}<\frac{1}{2}$ și $\frac{\sqrt{56}}{15}=\frac{\sqrt{7\cdot 8}}{7+8}<\frac{1}{2}$.

Adunând aceste inegalități membru cu membru obținem:

$\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{12}}{7}+\frac{\sqrt{30}}{11}+\frac{\sqrt{56}}{15}<4\cdot\frac{1}{2}$.

Deci $\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{12}}{7}+\frac{\sqrt{30}}{11}+\frac{\sqrt{56}}{15}<2$