

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA” EDIȚIA a XVI-a

BĂILEȘTI, 23 MARTIE 2019

CLASA a VI-a



**Partea I (50 puncte)**

*Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:*

1. Se dă numărul  $a = 2^{2022} - 2^{2021} - 2^{2020}$ . Valoarea lui  $x$  din proporția  $\frac{a}{x} = \frac{8^{675}}{1024}$  este:  
a) 2                      b) 32                      c) 1                      d) 16
2. Care este numărul  $\overline{ab}$  cu proprietatea că  $\overline{ab} + \overline{ba} + a + b$  este cub perfect?  
a) 70                      b) 99                      c) 12                      d) 89
3. Fie numărul  $A = 2019 \cdot 2019^2 \cdot \dots \cdot 2019^n, n \in N^*$ . Valoarea lui  $n$  pentru care  $A$  are exact 256 divizori este:  
a) 5                      b) 6                      c) 8                      d) 10;
4. Fie segmentul  $[AB]$  de lungime 2019 m și punctele  $M, N \in (AB)$  cu  $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{4}, \frac{NA}{NB} = \frac{8}{7}$ . Lungimea segmentului  $[MN]$  este:  
a) 674                      b) 671                      c) 673                      d) 672
5. În triunghiul  $ABC$ , măsura unghiului  $B$  este media aritmetică a măsurilor unghiurilor din  $A$  și  $C$ . Măsura unghiului  $B$  este egală cu:  
a)  $30^0$                       b)  $60^0$                       c)  $90^0$                       d)  $45^0$ ;

*Probleme propuse de prof. Mirea Mihaela Mioara, Craiova*

**Partea a II-a (40 puncte)**

*Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete*

**Problema 1 (15 puncte)**

Arătați că există numere naturale divizibile cu 2019, având suma cifrelor egală cu 2019.

*Prof. Mirea Mihaela Mioara, Craiova*

**Problema 2 (25 puncte)**

Se consideră triunghiul ascuțitunghic  $ABC$  în care  $H$  este ortocentrul triunghiului. Arătați că  $AH \equiv BC$  dacă și numai dacă  $m(\sphericalangle BAC) = 45^0$ .

\*\*\*

*G.M. nr. 5/2014*

***Timp de lucru: 2 ore 30 minute. Din oficiu: 10 puncte.***

**BAREM DE CORECTARE –Clasa a VI-a**

**Partea I**

1. b)    2. b)    3. a)    4. c)    5. b)

**Partea a II a**

1. Fie  $x = \underbrace{20192019 \dots 2019}_a \underbrace{40384038 \dots 4038}_b \dots$ .....5p  
 $12a + 15b = 2019$ .....5p  
 $a = 167$  și  $b = 1$ .....5p
2. Implicatia  $AH \equiv BC$  atunci  $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$  .....3p  
 $\Delta HEA \equiv \Delta CEB$  deoarece sunt trimghiuri dreptunghice, au  $AH \equiv BC$  și  $\sphericalangle HAE \equiv \sphericalangle ECB$ ..... 5 p  
 $AE \equiv BE$  și triunghiul AEB este dreptunghic isoscel..... 5 p  
 $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$  .....2 p  
Implicația inversă  
 $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$  rezultă că triunghiul AEB este dreptunghic isoscel cu  $AE \equiv BE$  ... 3 p  
 $\Delta HEA \equiv \Delta CEB$  deoarece sunt trimghiuri dreptunghice și au  $\sphericalangle HAE \equiv \sphericalangle ECB$ ..... 5 p  
 $AH \equiv BC$ .....2 p