INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN MUREŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA MUREŞ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 24.01.2009
CLASA a-V-a

1) a) Calculați: $12 + 12 \cdot [3 \cdot 2^2 - 12^2 \cdot (2 + 3 \cdot 35^1 - 3 \cdot 5^2 \cdot 73^0)]$
b) Comparați: 27^{15} şi 81^{11}.

***

2) Arătați că $23^{27} + 27^{23}$ este divizibil cu 10.

prof. Balint Attila Sandor

3) Dacă a, b, c $\in N$ şi a + c = 252, iar b = 4, aflați produsul $p = (2009^a)^c \cdot 2009 \cdot (2009^b)^c$

prof. Sebestyen Julia

4) Fie şirul de numere $a_n = 2^n - n$, $n \in N^*$.
a) Precizați dacă numerele 1, 2, 5, 12, 27, 58 sunt termeni ai şirului.
b) Calculați suma primilor 20 de termeni ai şirului.

GM 2006 E:13160

Notă: Timp de lucru 2 ore.
Fiecare subiect se notează cu 0 – 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatoriu.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN MUREŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA MUREŞ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 24.01.2009
CLASA a-VI-a

1) a) Determinați numerele de forma $\overline{2a7b} \vdots 45$
b) Arătați că numărul $x = 1 + 3^1 + 3^2 + ... + 3^{98}$ este divizibil cu 13.

***

2) Aflați numerele naturale în baza 10 cuprinse între numerele 1000 şi 2000 care împărțite la 217 să dea câtul egal cu restul.

***

3) a) Se dă unghiul AOB cu măsura de $82^o\ 30'$. Construim (OC bisectoarea unghiului AOB, (OD bisectoarea unghiului AOC şi (OE bisectoarea unghiului DOB. Calculați măsura unghiului COE.

b) Fie A_1, A_2, ... A_i puncte coliniare.
Ştiind că $A_1A_2 = 1cm$, $A_2A_3 = (1 + 2)cm$, ..., $A_9A_{10} = (1 + 2 + ... + 9)cm$, aflați lungimea segmentului A_1A_{10} .

prof. Sebestyen Julia şi prof. Gruiță Dorel

4) Demonstrați că numărul $A = 2^{2n} \cdot 19^n + 24 \cdot 101^m$ este divizibil cu 25, oricare ar fi m, $n \in N$.

GM 2006 E:13112

Notă: Timp de lucru 2 ore.
Fiecare subiect se notează cu 0 – 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatoriu.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN MUREŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA MUREŞ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 24.01.2009
CLASA a-VII-a

1) a) Calculați: $S = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2\cdot 3}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{3\cdot 4}} + \ldots + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{98}}{\sqrt{98\cdot 99}}$.

b) Demonstrați că $\left(S^2 + \frac{2}{\sqrt{198}}\right) \in Q$.

prof. Botez Radu

2) Dacă x, y, z $\in Q^*$ astfel încât $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ şi $\frac{y}{3} = \frac{z}{5}$, arătați că $\frac{3}{10} < \frac{4x-3y+z}{4x+3y-z} < \frac{2}{5}$

***

3) a) În triunghiul ABC, [AD bisectoarea unghiului BAC, D$\in$(BC). Dacă $P_{ABC} = 33$, AB=12, AC=10, calculați BD şi DC.

b) Dacă E$\in$(AB), F$\in$(AC) astfel încât AEDF paralelogram, calculați P_{AEDF}.

prof. Belean Marin si Botez Radu

4) Precizați numărul de soluții ale ecuației $x^2 + y^2 + z^2 = 2009$, x, y, z $\in Z^*$

prof.Gigel Buth Satu-mare

Notă: Timp de lucru 2 ore.
Fiecare subiect se notează cu 0 – 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatoriu.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN MUREŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
FILIALA MUREŞ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 24.01.2009
CLASA a-VIII-a

1) a) Dacă 0 < a < b, arătați că $m_g(a,b) \leq m_a(a,b)$

b) Demonstrați că $\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{15}} > \frac{131}{140}$.

***

2) Determinați laturile a, b, c ale unui triunghi şi unghiurile, ştiind că:

$\sqrt{a^2 - 4\sqrt{3}a + 21} + \sqrt{b^2 - 2\sqrt{3}b + 28} + \sqrt{c^2 - 6c + 25} \leq 12$

***

3) Fie un segment [AB] şi un plan α astfel încât $[AB] \cap \alpha = \varnothing$ şi [AB] neparalel cu α. Pr_{α} [AB] = [MN].

a) Determinați poziția punctului $C \in \alpha$, pentru care AC + BC este minimă.

b) Dacă AB = 50 *cm*, AM = 10 *cm*, BN = 40 *cm*, determinați d(P,MN) astfel încât $P \in \alpha$ şi triunghiul ABP echilateral.

prof. Sebestyen Julia

4) a) Fie triunghiul echilateral ABC. Considerăm punctul M interior triunghiului ABC. Arătați că suma distanțelor de la M la laturile triunghiului este constant.

b) Fie ABCD un tetraedru regulat şi $O \in (ABC)$ oarecare. Ridicăm pe planul (ABC) în punctul O o perpendiculară d care intersectează fețele laterale în punctele M, N, P. Arătați că MO + NO + PO = conctant.

prof. Florica si Vasile Ginta

Notă: Timp de lucru 2 ore.
Fiecare subiect se notează cu 0 – 7 puncte.
Toate subiectele sunt obligatoriu.