



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanța, 17.02.2019

Clasa a IX-a

Filiera teoretică: Profilul real – specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

- a) Fie $x, y \in \mathbf{R}$ astfel încât $|3y - 2x - 6| \leq 5$ și $|3x - 4y + 1| \leq 2$. Să se arate că $-12 \leq y - x \leq 2$.
- b) Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 2x - 12y + 6z + 10 = 0$. Să se arate că $\frac{1}{3} \leq x + y + z \leq 4$.

SUBIECTUL 2

- a) Într-o progresie aritmetică, termenii de rang m, n, p sunt respectiv a, b, c . Arătați că $a(n - p) + b(p - m) + c(m - n) = 0$.
- b) Rezolvați ecuația $2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 2019 \cdot 2^{2018} = x \cdot 2^{2019}$

SUBIECTUL 3

- a) Să se demonstreze următoarea egalitate:

$$\left[\sqrt{1} \right] + \left[\sqrt{2} \right] + \left[\sqrt{3} \right] + \dots + \left[\sqrt{n^2} \right] = \frac{n(4n^2 - 3n + 5)}{6}, \quad (\forall) n \in \mathbb{N}^*$$

SUBIECTUL 4

- a) În triunghiul ABC se consideră $D \in (BC)$ astfel încât $BD = 2DC$, punctul E mijlocul segmentului (AB) și punctul F mijlocul medianei din C . Să se arate că punctele A, F, D sunt coliniare și să se calculeze $\frac{AF}{AD}$.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.