



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 17.02.2019

Clasa a XI-a

Filiera teoretică: Profilul real – specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1+2x & x \\ -2x & 1-x \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

- a) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A((x+1)(y+1)-1)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- b) Demonstrați că $A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A\left(\frac{1}{3}\right) \cdot A\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot A\left(\frac{1}{n}\right) = A\left(\frac{n-1}{2}\right)$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.
- c) Pe o tablă se trec matricele $A\left(\frac{1}{2}\right), A\left(\frac{1}{3}\right), A\left(\frac{1}{4}\right), \dots, A\left(\frac{1}{2019}\right)$. Un elev șterge două matrice de pe tablă și scrie în locul lor produsul lor, apoi repetă operația până când pe tablă rămâne o singură matrice. Care este matricea rămasă?

SUBIECTUL 2

Fie Δ un determinant de ordinul 3 format cu numere reale. Știind că elementele situate pe diagonala principală sunt egale cu $\frac{1}{2}$ și că suma elementelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană este egală cu 1, arătați că $\Delta > 0$.

SUBIECTUL 3

a) Calculați : $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^x + 3^x + \dots + 2019^x}{2018} \right)^{\frac{2018}{x}}$

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{ax}{\sin^2 x} \right] = 3$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

SUBIECTUL 4

Să se determine asimptotele la graficul funcției $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x-1|e^{\frac{1}{x}}$

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu