



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 17.02.2019

Clasa a X-a

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – Toate specializările
Profilul Servicii – Specializarea: Resurse Naturale și Protecția Mediului

SUBIECTUL 1

- a) Fie $a = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$. Să se arate că $a^3 = 6 + 6a$.
- b) Dacă $a > b > 0$, să se aducă la cea mai simplă formă expresia:

$$E = \left[\left(\frac{ba^{\frac{1}{3}}}{ab^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{b^{\frac{1}{2}}}{ba^{\frac{3}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}} \right] : \left[\left(\frac{ab^{\frac{1}{3}}}{ba^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{ab^{\frac{3}{2}}} \right)^{\frac{3}{2}} \right].$$

SUBIECTUL 2

Fie $a = \log_{12} 18$ și $b = \log_{24} 54$. Să se arate că $ab + 5(a - b) = 1$.

SUBIECTUL 3

- a) Să se calculeze $\operatorname{Im} \frac{2z + i\bar{z}}{3\bar{z} - 1}$, știind că $z = 2 + i$.
- b) Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, astfel încât $|z_1| = |z_2| = 1$ și $z_1 z_2 \neq -1$. Să se arate că numărul $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ este real.

SUBIECTUL 4

- a) Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația: $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$.
- b) Dacă a și b sunt rădăcinile ecuației $x^2 + x + 1 = 0$, să se calculeze $(1 + a)^{2019} + (1 + b)^{2019}$.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore
- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
- Nu se acordă puncte din oficiu