



**CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**  
Etapa locală – Constanța, 17.02.2019

**Clasa a X-a**

Filiera teoretică: profil real, specializarea științe ale naturii

**SUBIECTUL 1**

Fie  $x, y, z \in (1, \infty)$ . Demonstrați că:

a)  $\log_{xy} yz + \log_{yz} xy \geq 2$

b)  $\log_{xy} z + \log_{yz} x + \log_{xz} y \geq \frac{3}{2}$

**SUBIECTUL 2**

Determinați numerele raționale  $x$  și  $y$  pentru care:

$$\frac{x}{\sqrt[3]{5+3\sqrt{3}}} + \frac{2y}{\sqrt[3]{4(2+\sqrt{5})}} = \frac{1}{\sqrt[3]{7\sqrt{5}+9\sqrt{3}}}$$

**SUBIECTUL 3**

Fie  $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 1\}$

a) Arătați că  $z \in A$  dacă și numai dacă  $\frac{2z-i}{2+iz} \in A$ ,

b) Dacă  $(1+z) \in A$  și  $(1+z^2) \in A$ , arătați că  $z \in A$

**SUBIECTUL 4**

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$2^{3x} - 8 \cdot 2^{-3x} - 6 \left( 2^x - \frac{1}{2^{x-1}} \right) = 1$$

**Notă:**

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu