



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 17.02.2019

Barem de corectare și notare

Clasa a XI-a

Filiera teoretică: Profilul Umanist – toate specializările

SUBIECTUL 1

Notăm $\left[\frac{x-2}{4} \right] = k, k \in \mathbb{Z} \dots\dots\dots 1p$; Din definiția părții întregi: $k \leq \frac{x-2}{4} < k+1 \dots 1p$

$k = \frac{3x+2}{3} \Rightarrow x = \frac{3k-2}{3} \dots\dots\dots 1p$; Obținem $k \leq \frac{3k-2}{3} < k+1$ cu soluțiile

$k \in \left(-\frac{20}{9}, -\frac{8}{9} \right] \cap \mathbb{Z} = \{-2, -1\} \dots\dots\dots 2p$; $x = \left\{ -\frac{8}{3}, -\frac{5}{3} \right\} \dots\dots\dots 2p$.

SUBIECTUL 2

a) $S_1 = a_1 = 2$; $S_2 = 5 \Rightarrow a_1 + a_2 = 5 \Rightarrow a_2 = 3$; $S_3 = 11 \Rightarrow a_3 = 6 \dots\dots\dots 2p$;

verifică relația $2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow$ șirul nu este o progresie aritmetică $\dots\dots\dots 1p$;

b) Dacă x, y, z sunt în progresie aritmetică dacă $2y = x + z, \dots\dots\dots 1p$;

atunci numerele $x^2 - zy, y^2 - xz, z^2 - xy$ sunt în progresie aritmetică dacă

$2(y^2 - xz) = x^2 - zy + z^2 - xy \dots\dots 1p$; Înlocuind $y = \frac{x+z}{2}$, efectuând calculul obținem

relația dorită $\dots\dots\dots 2p$.

SUBIECTUL 3

$\sqrt{(2x-1)^2} + \frac{x}{2} = 1 - \frac{x}{3} \Rightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = 1 - \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \Rightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = 1 - \frac{5x}{6} \Rightarrow |2x-1| = 1 - \frac{5x}{6}$
 $\dots\dots\dots 1p$;

C.E. $1 - \frac{5x}{6} \geq 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{6}{5} \right]$ și explicitare

modul $\dots\dots\dots 1p$;

Cazul I: $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2} \right) \Rightarrow -2x+1 = 1 - \frac{5x}{6} \Rightarrow x = 0 \in \left(-\infty, \frac{6}{5} \right] \cap \left(-\infty, \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots 2p$;

Cazul II: $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty \right) \Rightarrow 2x-1 = 1 - \frac{5x}{6} \Rightarrow x = \frac{12}{17} \in \left(-\infty, \frac{6}{5} \right] \cap \left[\frac{1}{2}, +\infty \right) \dots\dots\dots 2p$;

Soluție: $x \in \left\{ 0, \frac{12}{17} \right\} \dots\dots\dots 1p$.

SUBIECTUL 4



a) Realizarea desenului.....1p;

Avem: $\vec{MP} = \vec{MB} + \vec{BC} + \vec{CP}$, (1) $\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{AD} + \vec{DP}$, (2);1p;

de unde adunând cele doua relații obținem

$2\vec{MP} = (\vec{MA} + \vec{MB}) + (\vec{BC} + \vec{AD}) + (\vec{CD} + \vec{DP}) = \vec{BC} + \vec{AD}$ și de aici relația cerută..... 1p;

Analog $\vec{QN} = \vec{QD} + \vec{DC} + \vec{CN}$, (3) $\vec{QN} = \vec{QA} + \vec{AB} + \vec{BN}$, (4); adunând membru cele două

relații obținem $2\vec{QN} = (\vec{QD} + \vec{QA}) + (\vec{AB} + \vec{DC}) + (\vec{CN} + \vec{BN}) = \vec{CD} + \vec{AB}$ 'și de aici relația cerută.....1p;

b) T mijlocul lui $[BD] \Rightarrow 2\vec{AT} = \vec{AD} + \vec{AB}$, (5) , iar $2\vec{CT} = \vec{CD} + \vec{CB}$, (6).....1p

Scăzând membru cu membru relațiile (5) și (6) obținem:

$2(\vec{AT} + \vec{TC}) = \vec{AD} + \vec{AB} + \vec{DC} + \vec{BC} = 2\vec{AC}$ (7) 1p;

Pe de altă parte $2(\vec{MP} + \vec{QN}) = \vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{AD} = 2\vec{AC}$ (8) în final relațiile (7) și (8) duc la relația cerută..... 1p.