



# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapalocală – Constanța 17.02.2019

## Clasa a XII-a

Filiera teoretică : Profilul Umanist – toate specializările

**Barem de corectare și notare**

### SUBIECTUL 1

$$A^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 5 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} -12 & 2 & 9 \\ 2 & 9 & -12 \\ 9 & -12 & 2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Finalizare, } f(A) = \begin{pmatrix} -32 & 6 & 16 \\ 6 & -2 & -14 \\ 16 & -14 & -12 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 3p$$

### SUBIECTUL 2

a)  $A^2 = \begin{pmatrix} 13 & 12 \\ -12 & -11 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 1p$

$$\begin{cases} 7a + b = 13 \\ 6a = 12 \\ -6a = -12 \\ -5a + b = -11 \end{cases} \dots\dots\dots 1p$$

Finalizare,  $a = 2, b = -1 \dots\dots\dots 1p$

b) Inducție după n. Verificare  $P(1): A^1 = A$ , adevărat  $\dots\dots\dots 1p$

$$P(k) \Rightarrow P(k+1), A^{k+1} = (k+1)A - kI_2 \dots\dots\dots 1p$$

$$A^{k+1} = A^k \cdot A = kA^2 + (1-k)A = k(2A - I_2) + (1-k)A \dots\dots\dots 1p$$

Finalizare  $\dots\dots\dots 1p$

### SUBIECTUL 3

a)  $A^2 = A \dots\dots\dots 1p$

$$A^2 + A - B = O_2 \dots\dots\dots 2p$$

b) Se folosește  $A^2 = A \Rightarrow \dots\dots\dots 1p$

$$\text{Se obține } 2 \cdot (B - A) + X = 3 \cdot A \dots\dots\dots 1p$$

Finalizare  $X = A \dots\dots\dots 1p$

c) Observă  $A^2 = A \Rightarrow A^n = A, \forall n \in N^* \dots\dots\dots 1p$

$$2015A^{2015} + 2014A^{2014} + \dots + 2A^2 + A = (1 + 2 + \dots + 2015)A \dots\dots\dots 1p$$



$= 2015 \cdot 1008A$  ..... 1p

#### SUBIECTUL 4

a)  $(B(x))^2 = \begin{pmatrix} 2x^2 + 4x & 2x^3 - 8x \\ 2x & 2x^2 - 4x \end{pmatrix}$  ..... 2p

Calcul  $2xB(x)$  și finalizare ..... 1p

b)  $(B(x))^2 + (B(-x))^2 = 2xB(x) - 2xB(-x)$  ..... 1p

Finalizare ..... 1p

c) Grupare  $\left[ (B(-n))^2 + (B(n))^2 \right] + \dots + \left[ (B(-1))^2 + (B(1))^2 \right] + (B(0))^2 =$  ..... 1p

$= 4(n^2 + \dots + 1^2)I_2 + O_2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$  ..... 1p